أكاديمية الحوت في الرياضيات

الحوت

الرياضيات في

للمرحلة الإعدادية

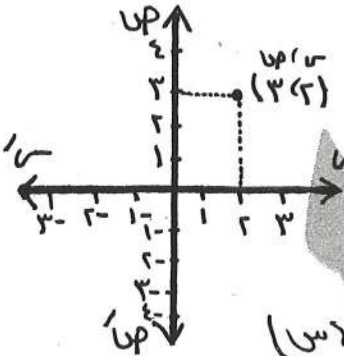
أ. سعد حجازي

01282619484

الصف الثالث الاعدادي

أولاً الجبر

حاصل الضرب الديكارتي



الزوج المرتب

(س ، ص) يعبر عن نقطة في الإحداثيات المتعامدة ونلاحظ

① (س ، ص) ≠ (ص ، س)

الزوج المرتب ⇐ (٢ ، ٣) : س = ٢ ، ص = ٣

تساوي زوجين مرتبين

مثال ١ إذا كانت (س ، ص) = (٢ ، –٥)

فإن س = ----- ص = -------

مثال ٢ إذا كانت (س + ١ ، ٥) = (٣ ، ص – ٢)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٣ إذا كانت (س – ١ ، ٨) = (٩ ، ص^{٣})

أحسب قيمة س ، ص الحل

مثال ٤ إذا كانت (س + ١ ، ص^{٢}) = (٣ ، ٩)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٥ إذا كانت (س^{٣} – ٥ ، ٨) = (٣ ، ٣ص – ٧)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ٦ إذا كانت (أ – ٧ ، ٢٦) = (–٢ ، ب^{٣} – ١)

أحسب قيمة أ ، ب الإسكندرية ٢٠١٣

الحل

[٢]

مثال ٧ إذا كانت

(س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣)

أحسب قيمة √(س + ٢ص) = ...

الحل

مثال ٨ إذا كانت (٥ ، س - ٨) = (ص + ١ ، - ٥)

أحسب قيمة س + ص = ...

الحل

مثال ٩ إذا كانت

(س^٥ ، ص + ١) = (٣٢ ، ∛٢٧)

أحسب قيمة س ، ص

الحل

مثال ١٠ إذا كانت

(٢أ ، ٧) = (٢ب + ١ ، أ)

أحسب قيمة أ ، ب

مثال ١١ إذا كانت

(س + ٥ ، ٨) = (١١ ، ٦ص + س)

أحسب قيمة ص = ...

مثال ١٢ إذا كانت

(٥ ، س - ٧) = (ص + ١ ، - ٥)

أحسب قيمة س + ص = ...

الحل

حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين منتهيتين

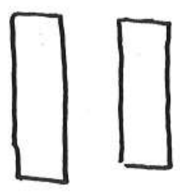
إذا كانت س = {٢ ، ٣} ص = {١ ، ٤ ، ٥}

[١١] أحسب س × ص ومثلها بمخطط سهمى وبمخطط بيانى

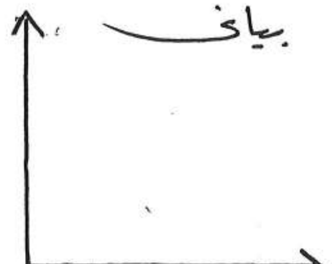
الحل

س × ص = {(،) ، (،) ، (،) ،
(،) ، (،) ، (،)}

سهمى



بيانى



ملحوظة ن(س × ص) = ...

[٣]

إذا كانت س = {١، ٢} ص = {٤، ٥، ٦}

أحسب ص × س وتمثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

الحل

ص × س = {(،)، (،)، (،)، (،)

(،)، (،)}

سهمي   بياني

ν(ص × س) = ...

إذا كانت س = {١، ٢}

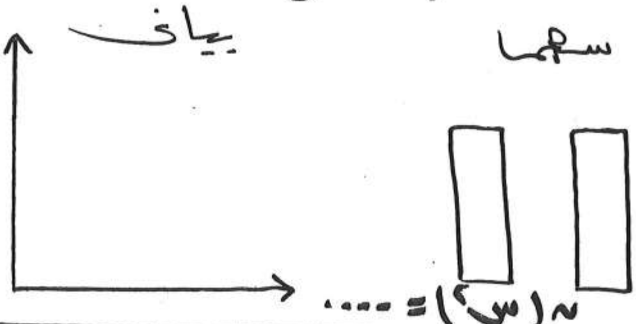
أحسب س × س أو س^2

وتمثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

الحل

س × س = {(،)، (،)، (،)، (،)}

سهمي   بياني



ν(س^2) = ...

إذا كانت ص = {١، ٢، ٣}

أحسب ص × ص وتمثلها بمخطط سهمي

الحل

ص^2 = {(،)، (،)، (،)

(،)، (،)، (،)

(،)، (،)، (،)}

رايح فين أرسم مخطط سهمي؟؟؟؟

ν(ص^2) = ...

فكر: إذا كانت س = {١، ٢} ص = {٣، ٤، ٥}

أحسب

[١] س × ص وتمثلها بمخطط سهمي

[٢] ص × س وتمثلها بمخطط بياني

[٤] س^2 وتمثلها بمخطط سهمي

[٥] ν(س × ص) = ...

[٦] ν(ص × س) = ...

[٧] ν(س^2) = ...

[٨] ν(ص^2) = ...

هام جداً

إذا كانت ν(س) = ٣ ، ν(س × ص) = ١٥

فإن ν(ص) = ...

مثال ٢ إذا كانت

س × ص = {(٢ ، ٦) ، (٢ ، ٩) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ٩) ، (٥ ، ٦) ، (٥ ، ٩)}

أحسب س = ...

ص = ...

ص² = ...

....

ن(س²) = ...

مثال ٣ إذا كانت س = {٢ ، ٢ -١}

ص = {٤ ، ٢ ، ٠} ع = {٤ ، ٥ ، -٢}

أحسب

١ س × ص = ...

....

٢ ص × ع = ...

....

٣ س² = ...

....

٤ ن(س × ع) = ...

٥ ن(ص²) = ...

٦ ن(ع²) = ...

مثال ٤ اذا كانت

س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

أوجد ١ س = ...

٢ ص = ...

٣ ص × س = ...

مثال ٥ إذا كانت

ص × س = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣)}

أوجد س²

الحل

مثال ٦ مهم جداً إذا كانت (الفيوم، أسيوط، الدقهلية ٢٠١٣)

س = {٢ ، ٥} ص = {٥ ، ٦} ع = {٦ ، ٣}

أحسب

١ س × (ص ∩ ع) =

٢ (س − ص) × ع =

٣ (س − ص) × (ص − ع) =

مثال ٧ أكمل

١ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ص = {٤}

أحسب س × ص = ...

٢ إذا كانت س = {٢ ، ٥ ، ٣} ص = {م}

فإن ص × س = ...

٣ إذا كانت س = {٢ ، ٥}

فإن س × ∅ = ...، ن(س × ∅) = ...

٤ {٢} × {٥} = ...

٥ {٠} × {١ ، ٢} = ...

٦ إذا كانت (٢ ، ٥) ∈ س × ص فإن

(٥ ، ٢) ∈ ....

٧) إذا كانت (١، ٥) ∈ س × ص فإن

١ ∈ ...... ، ٥ ∈ ......

٨) إذا كانت س = {٢} فإن

س² = ...

٩) إذا كانت س = {٢، ٥} ص = {٣، ٢، ١}

فإن (٢، ٣) ∈ ......

(٣، ٥) ∈ ......

(٢، ٢) ∈ ......

(١، ٣) ∈ ......

١٠) إذا كان ن(س) = ٤ ، ن(س × ص) = ١٢

فإن ن(ص) = ...

١١) إذا كان ن(ص) = ٢ ، ن(س × ص) = ١٠

فإن ن(س) = ...

١٢) إذا كان ن(س²) = ٩ فإن ن(س) = ...

١٣) إذا كان ن(ص²) = ١٦ فإن ن(ص) = ...

١٤) إذا كان ن(س²) = ٤ ، ن(س × ص) = ٨

فإن ن(ص) = ...

١٥) إذا كان س = {٢، ٣} فإن ن(س × φ) = ...

١٦) إذا كان (٣، ٥) ∈ {٣، ٦} × {م، ٨}

فإن م = ...

١٧) إذا كان (٢، ٤) ∈ {٢، ٥} × {س، ٦}

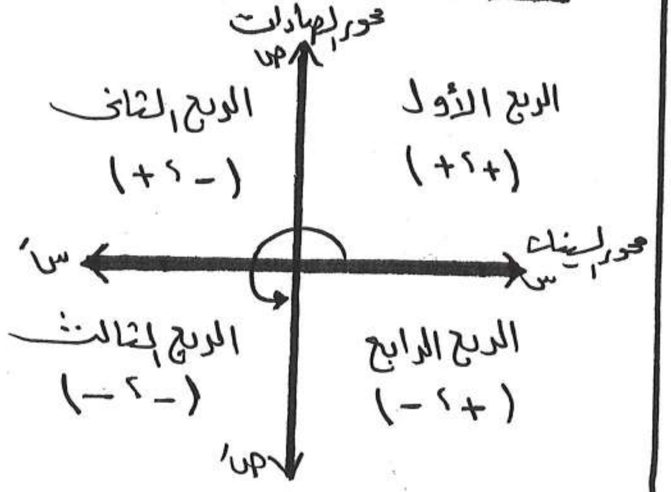
فإن س = ...

١٨) إذا كانت س = {٢، ٥، ٣} فإن ن(س²) = ...

١٩) إذا كانت ن(س) = ٧ ، ن(س × ص) = ٢١

فإن ن(ص) = ...

تقسيم الشبكة التربيعية



مثال: أكمل

١) النقطة (٢، ٣) تقع في الربع ......

٢) النقطة (-٣، -١) تقع في الربع ......

٣) النقطة (-٢، -٥) تقع في الربع ......

٤) النقطة (-١، ٢) تقع في الربع ......

٥) النقطة (-½، ٥) تقع في الربع ......

٦) النقطة (√٧، -٢) تقع في الربع ......

٧) النقطة (٢، ٠) تقع ......

٨) النقطة (٠، -٢) تقع ......

٩) النقطة (٥، م-٢) تقع على محور السينات

فإن م = ...

١٠) النقطة (م، ٧) تقع على محور الصادات

فإن ......

١١) النقطة (م-٢، م-٥) تقع على محور السينات

فإن م = ...

١٢) النقطة (م+٢، ٤) تقع على محور الصادات

فإن م = ...

١٣) النقطة (م، ٣) تقع على محور الصادات

فإن ٢م+٣ = ...

١٤) النقطة (م-٣، م-٤) تقع في الربع الرابع م ∈ ......

١٥) إذا كانت (−٤ ، ص) تقع على محور س سَ فإن ٢ص −١ = ...

١٦) إذا كانت (أ ، ب) تقع في الربع الرابع فإن أ ب ..... صفر [= ، < ، > ، ≥]

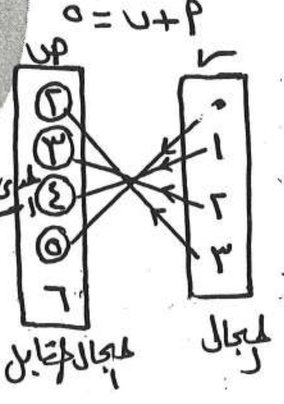
١٧) إذا كانت النقطة (س−٤ ، ٢−س) تقع في الربع الثالث فإن س = ...

[٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦]

العلاقات والدوال

إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} وكانت ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{أ+ب=٥}$ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي اذكر مع بيان السبب هل ع دالة أم لا واكتب المدى

الحل



بيان ع = {(٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)}

المدى = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

ع دالة لأنه كل عنصر من عناصر س ظهر مرة واحدة في ص

مثال أكمل

١) إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى ص

فإن س تسمى ....

ص تسمى ....

المدى ⊂ ......

٢) إذا كان بيان ع = {(٢ ، ٥) ، (٣ ، ٤) ، (١ ، ٦)}

فإن المدى = ...

مثال ١: إذا كانت س = {٣ ، ٤ ، ٥}

ص = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أن $\boxed{أ = \frac{1}{2} ب}$

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وبين أن ع دالة أم لا واكتب مداها

الحل

مثال ٢: إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣}

ص = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{أ = \frac{1}{3} ب}$

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي ، هل ع دالة إذا كانت دالة أوجد المدى

الحل

مثال ٣ إذا كانت س = {٤، ٦، ٨، ١٠} ، ص = {٢، ٣، ٤، ٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أ = ٢ب
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني

الحل

مثال ٤ إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص تعني (أ ع ب) تعني أ + ب = ٧ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وأوجد مداها وهل ع دالة أم لا

الحل

مثال ٥ إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٤، ٧} ، ص = {١، ٣، ٥، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني أ + ب < ٨ لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا

الحل

مثال ٦ إذا كان س = {٠، ١، ٢، ٣} ، ص = {٠، ١، ٤، ٨، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني ب = أ^{٢} لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا

الحل

مثال ٧ إذا كانت س = {-٢، -١، ١}

ص = {-٨، -١، ١، ٤، ١} وكانت ع علاقة من س إلى ص تعني (أ ع ب) حيث $\boxed{أ^٣ = ب}$ لكل أ ∈ س، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا؟

الحل

مثال ١٠ إذا كانت س = {٦، ٤، ٢، ٠، -٢، -٤، -٦}

وكانت ع علاقة على س حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{\text{أ معكوس جمعي لـ ب}}$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا وإذا كانت تمثل دالة أوجد مداها

الحل

مثال ٨ إذا كانت س = {٢، ٣، ٤}

ص = {٦، ٨، ١٠، ١١، ١٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{\text{أ تقسم ب}}$ لكل أ ∈ س، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي.

الحل

مثال ١١ إذا كانت س = {٠، ١، ٢، $\frac{1}{2}$}

وكانت ع علاقة على س حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{\text{أ معكوس ضربي لـ ب}}$ لكل أ ∈ س، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة

الحل

مثال ٩ إذا كانت س = {٢، ٥، ٨}

ص = {١٠، ١٦، ٢٤، ٣٠} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{\text{أ عامل من عوامل ب}}$ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وأخر بيانى وهل ع دالة أم لا ولماذا؟

مثال ١٢ إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٦، ١١}

وكانت ع علاقة على س حيث $\boxed{\text{أ + ٢ب = عدد فردي}}$

مثال ١٣ إذا كانت س = {١، ٢، ٤، ٦، ١٠} وكانت ع علاقة على س حيث $\boxed{\text{أ مضاعف ب}}$

[9]

دوال كثيرات الحدود

التعبير الرمزي عن الدالة

يرمز للدالة من المجموعة س إلى المجموعة ص

د : س ← ص

الدالة ، معرفة ، مجال ، مجال مقابل

مثال : د(س) = س + ١

د(س) = س^2 - ١

وتسمى قاعدة الدالة

مثال (١) إذا كانت س = {-١ ، ١ ، ٢} ، ص = {٠ ، -١ ، ١ ، ٢} وكانت الدالة د : س ← ص حيث د(س) = س^2 - ١

أكتب بيان الدالة د ومثلها بمخطط سهمي ، وأكتب مدى د

الحل

مثال (٢) إذا كانت س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨} وكانت د : س ← ص

حيث د(س) = ٩ - س (المنيا ٢٠١٢)

أوجد صور عناصر س بالدالة د

الحل

دالة كثيرات الحدود هي دالة قاعدتها صورة س هي حد أو مقدار جبري يتوافر فيه شرطان

[1] مجال ومجال مقابل الدالة هو مجموعة ح

[2] الأس الموجود في الدالة يكون من مجموعة ط

درجة كثيرات الحدود هي أكبر قوة للمتغير في قاعدة الدالة

مثال (٣) أذكر درجة الدوال

[1] د(س) = ٦س^7 + ٢س^5 - ٢√٢ س من الدرجة ------

[2] د(س) = (س - ٥)^3 من الدرجة ------

[3] د(س) = س - ٣ من الدرجة ------

[4] د(س) = ٢س^2 - ٥س من الدرجة ------

[5] د(س) = س(س - ٢س^2) من الدرجة ------

[6] د(س) = س^2(س - ٣)^2 من الدرجة ------

[7] د(س) = س^5(س - ١) من الدرجة ------

[8] د(س) = س^2 ⊖ (س - ١)^2 من الدرجة ------

مثال (٤) إذا كانت د(س) = ٢س^2 - ٥س + ٢

[1] أذكر درجة د (المنوفية ٢٠٠٩)

[2] أثبت أن د(٢) = د($\frac{1}{2}$)

الحل

مثال (٥) إذا كانت د(س) = س^2 - س + ٣

أوجد د(-٢) ، د(١) ، د(٠) (بورسعيد ٢٠١٣)

الحل

١٠

مثال ٦ إذا كانت $د(س) = س^2 - ٣س$ ، $ر(س) = س - ٣$

١) أوجد $د(\sqrt{٢}) + ٣ ر(\sqrt{٢})$

٢) أثبت أن $د(٣) = ر(٣) = $ صفر

الحل

مثال ٧ إذا كانت $س = \{١ ، ٢ ، ٣ ، ٥\}$ وكانت $د : س \longrightarrow ح$ حيث $د(س) = ٢س + ١$ أوجد المدى.

الحل

مثال ٨ إذا كانت $د(س) = ٤س + ب$ وكانت $د(٢) = ١٥$ أوجد قيمة ب = ...

الحل

مثال ٩ إذا كانت $د(س) = س - ٦$ وكانت $\frac{١}{٣} د(م) = -٢$ أوجد قيمة م = ...

مثال ١٠ أكمل

١) الدالة $د(س) = س(س - ٥س^2)$ من الدرجة ......

٢) إذا كانت $د(س) = س^3 - ١$ فإن $د(١) = $ ......

٣) إذا كانت $د(س) = س^2 - س + ٣$ فإن $د(٣) = $ ......

٤) إذا كانت $د(س) = س^2 - \sqrt{٢}س$ فإن $د(\sqrt{٢}) = $ ......

٥) إذا كانت $د(س) = م س + ٦$ ، $د(٢) = ٢$ فإن م = ...

٦) إذا كان $د(س) = ٥س - ٧$ فإن $د(٣) = $ ......

٧) إذا كان $د(س) = ٦س$ فإن $د(٢) + د(-٢) = $ ......

٨) إذا كان $د(س) = ٣س + ب$ ، $د(٤) = ١٣$ فإن ب = ...

٩) إذا كانت $(٢ ، -٦) \in$ بيان الدالة $د(س) = ك س + ٨$ فإن ك = ...

١٠) إذا كانت $(م ، ١٣) \in$ بيان الدالة $د(س) = ٣س + ٤$ فإن م = ...

١١) إذا كانت $(٢ ، ب) \in$ بيان الدالة $د(س) = ٣س - ٦$ فإن ب = ...

مثال ١١ إذا كانت $د(س) = ٥س - ب$ ، $ر(س) = س - ٢ب$ حيث د ، ر كثيرات حدود وكان $د(١) + ر(٣) = -٧$
أوجد ١) قيمة ب ٢) قيمة $د(٣) + ر(١)$

الحل

$\because د(١) + ر(٣) = -٧$

$٥ - ب + ٣ - ٢ب = -٧$

$٨ - ٣ب = -٧$

$-٣ب = -٧ - ٨$

$\frac{-٣ب}{-٣} = \frac{-١٥}{-٣}$

$ب = ٥$ ⟸ المطلوب الأول

$\therefore د(س) = ٥س - ٥$ ، $ر(س) = س - ١٠$

$د(٣) + ر(١) = (٥ \times ٣ - ٥) + (١ - ١٠) = ١$

مثال ١٢ إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٥} وكانت ع دالة على س وكان

بيان ع = {(أ، ٣)، (ب، ١)، (١، ٥)}

أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب

(الفيوم ٢٠١٤)

الحل

مثال ١٣ إذا كان   أسيوط ٢٠١٤

بيان ع = {(٠، ٤)، (١، ٣)، (٢، ٢)، (٣، ١)}

أوجد ١ المجال =

٢ المدى =

٣ قاعدة الدالة

مثال ١٤ إذا كان

بيان ع = {(١، ٣)، (٢، ٥)، (٣، ٧)، (٤، ٩)، (٥، ١١)}

أوجد ١ المجال =

٢ المدى =

٣ قاعدة الدالة

مثال ١٥ إذا كانت س = {١، ٢، ٥، ٧}

ص = {٢، ٣، ٧، ٦، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث (أ ع ب) تعني $\boxed{\text{أ + ب = عدد فردي}}$

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع وممثلاً بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ولماذا؟

الحل

دراسة بعض دوال كثيرات الحدود

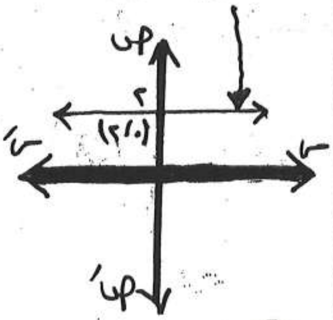
١ الدالة الثابتة

هي دالة من الدرجة الصفرية $\boxed{\text{د(س) = أ}}$

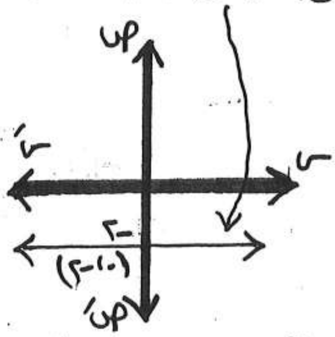
تمثل بيانياً بخط مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠، أ) ويوازي محور السينات

مثال مثل بيانياً الدالة

١ د(س) = ٢



٢ د(س) = -٢



أكمل سميت دالة ثابتة لأن قيمتها لا تتغير

١ إذا كانت د(س) = ٢ فإن د(٣) = ----

٢ إذا كانت د(س) = -٣ فإن د(٠) = ----

٣ إذا كانت د(س) = ٥ فإن د(√٢) = ----

٤ إذا كانت د(س) = ٢ فإن د(٣) + د(-٣) = ----

٥ إذا كانت د(س) = ٥ فإن $\frac{\text{د(٢)}}{\text{د(-٢)}}$ = ----

٢ الدالة الخطية

هي الدالة من الدرجة الأولى $\boxed{\text{د(س) = أ س + ب}}$

تمثل بيانياً بخط مستقيم يقطع المحورين

السيني في النقطة ($-\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ ، ٠)

الصادي في النقطة (٠ ، ب)

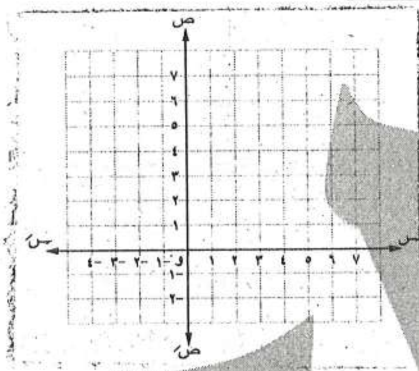
أكمل ١ المستقيم د(س) = ٢س + ٦ يقطع محور السينات في النقطة (،) والصادات (،)

٢ المستقيم د(س) = ٣س - ٦ يقطع محور السينات في النقطة (،) والصادات (،)

مثال ١) مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س + ٦
ومن الرسم استنتج نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات

الحل

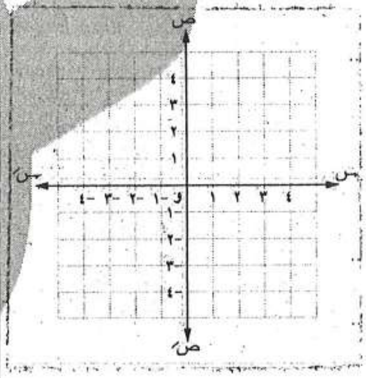
س			
ص			



مثال ٢) مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س − ٤
ومن الرسم استنتج نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات

الحل

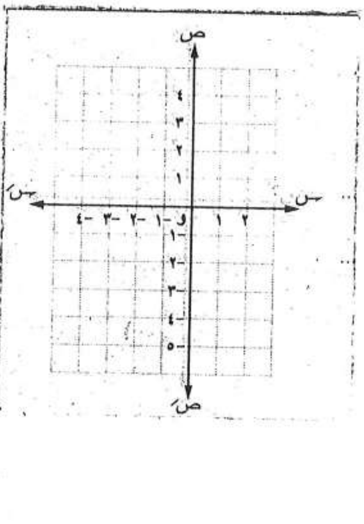
س			
ص			



مثال ٣) مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢س

الحل

س			
ص			



ماذا تلاحظ

مثال) مثل بيانياً المستقيمات الآتية

١ د(س) = ٢س − ٦

٢ د(س) = −٣س + ٦

٣ د(س) = ٥س

٣ الدالة التربيعية

هي الدالة من الدرجة الثانية

$\boxed{\text{د(س)} = \text{أ}\,\text{س}^2 + \text{ب}\,\text{س} + \text{حـ}}$

تمثل بيانياً بمنحنى له قيمة عظمى إذا كان مفتوحاً لأسفل أو إشارة س² سالبة
وله قيمة صغرى إذا كان مفتوحاً لأعلى أو إشارة س² موجبة

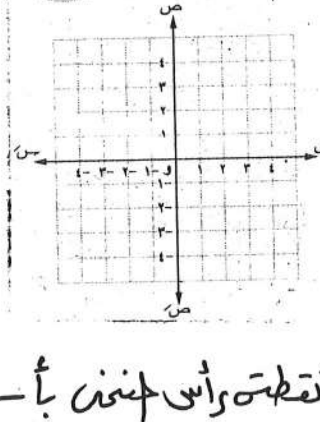
مثال ١) ارسم منحنى الدالة د(س) = س² + ٢س − ٣ متخذاً س ∈ [−٤ ، ٢] ومن الرسم أوجد

١ نقطة رأس المنحنى

٢ معادلة محور التماثل

٣ القيمة العظمى أو الصغرى

س							
ص							



يمكن إيجاد نقطة رأس المنحنى باستخدام القانون $\left(\frac{-\text{ب}}{٢\text{أ}} ، \text{د}\left(\frac{-\text{ب}}{٢\text{أ}}\right)\right)$

(البحيرة ، فبراير ٢٠١٣)

مثال ٢ مثل بيانياً الدالة د(س) = س² − ٢

متخذاً س ∈ [−٣ ، ٣] ومن الرسم أوجد

١) رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى

مثال ٣ مثل بيانياً الدالة د(س) = (س − ٢)²

متخذاً س ∈ [−١ ، ٥] ومن الرسم استنتج

١) رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى

(الإسكندرية ٢٠١٤)

مثال ٤ مثل بيانياً الدالة د(س) = ٢ − س²

متخذاً س ∈ [−٣ ، ٣] ومن الرسم استنتج

١) رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى

(أسيوط ٢٠١٣)

مثال ٥ في الشكل المقابل

يمثل منحنى د(س) = م − س²

إذا كان أو = ٤ وحدات

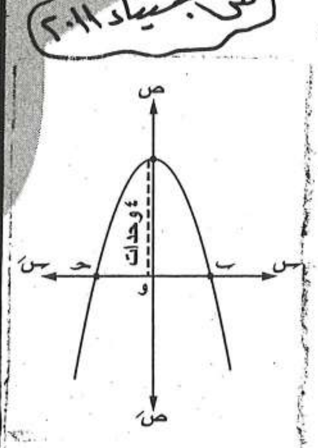
أحسب: ١) قيمة م

٢) إحداثي أ ، ب

٣) مساحة المثلث

الذي رؤوسه أ ، ب ، حـ

(ش. سيناء ٢٠١١)



الحل

مثال ٦ ارسم الشكل البياني للدالة

د(س) = س(س − ٥) + ٣ في الفترة [٠ ، ٥]

ومن الرسم استنتج

١) نقطة رأس المنحنى

٢) معادلة محور التماثل

٣) القيمة العظمى أو الصغرى

مثال ٧ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح

حيث د(س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات

في النقطة (ب ، ٣) أوجد

١) قيمة أ ، ب ٢) قيمة أ^ب

٣) قيمة ٢أ + ٧ب

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال ٨ أكمل

١) الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = ٢س − ١ يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة ....

٢) الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = ٣س + ٦ يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور السينات في النقطة ....

٣) إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٤س − ٥ فإن أ = ...

٤) إذا كانت الدالة د(س) = ٣س − ١ يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة (أ ، ٢) فإن أ = ...

٥) إذا كانت الدالة د(س) = ب س + ٤ يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ب) فإن ب = ...

٦) إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} وكانت د : س ← ح حيث د(س) = ٢س + ١ أوجد المدى = ...

النسبة والتناسب

النسبة هي مقارنة بين كميتين أو عددين من نفس النوع

فمثلاً $\frac{٢}{٥}$ أو ٢ : ٥ تسمى نسبة

أ إلى

تالي النسبة

مقدم النسبة

التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر

فمثلاً $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢٠}{٥٠}$ وهكذا

ملحوظة $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠}$ أو ٢ ، ٥ ، ٤ ، ١٠

الأول الثاني الثالث الرابع

إذا كان أ، ب، جـ، د كميات متناسبة

$\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

مثال ١

[١] إذا كانت ٣ ، ٤ ، س ، ٢٠ متناسبة

فإن س = ------

[٢] إذا كانت ٢ ، س ، ٤ ، ١٠ متناسبة

فإن س = ------

[٣] أوجد الأول المتناسب للكميات ٥ ، ٦ ، ١٠

[٤] أوجد الثاني المتناسب للكميات ٤ ، ٨ ، ١٠

[٥] أوجد الثالث المتناسب للكميات ٢ ، ٣ ، ١٥

[٦] أوجد الرابع المتناسب للكميات ٧ ، ٤ ، ١٤

مثال ٢ إذا كان $\frac{٢س + ٥}{٣س - ٣} = \frac{٥}{٤}$

أوجد قيمة س

الحل

مثال ٣ إذا كان $\frac{٢س - ٣}{س - ٥} = \frac{١}{٤}$

أوجد قيمة س

الحل

مثال ٤ إذا كانت $\frac{س - ٥}{٥س + ٣} = \frac{٢}{٣}$

أوجد قيمة س

الحل

أكمل

[١] إذا كان ٢س = ٣ص فإن $\frac{س}{ص}$ = ------

[٢] إذا كان ٢س = ٥ص فإن $\frac{ص}{س}$ = ------

[٣] إذا كان ٥أ − ٤ب = ٠ فإن $\frac{أ}{ب}$ = ------

[٤] إذا كان $\frac{٢أ - ٣ب}{٤أ + ٥ب} = ٠$ فإن $\frac{أ}{ب}$ = ------

مثال ٥ إذا كان $\frac{٤س - ٣ص}{٢س + ص} = \frac{٤}{٧}$

أوجد في أبسط صورة س : ص

الحل

مثال ٦ إذا كان $\frac{س + ٣ص}{٢س - ص} = \frac{٤}{٣}$

أوجد النسبة ص : س

الحل

مثال ٧ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدي النسبة ١٧ : ٢٢ فإننا نحصل على النسبة ٦ : ٧ فما العدد؟ الحل

مثال ٨ أوجد العدد الحقيقي الذي إذا طرح من حدي النسبة $\frac{٥}{٦}$ أصبحت $\frac{٣}{٢}$ فما العدد

الحل

مثال ٩ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدي النسبة ٧ : ١١ أصبحت ٢ : ٣

الحل

مثال ١٠ أوجد العدد الذي إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدي النسبة $\frac{٤٩}{٦٩}$ أصبحت $\frac{٢}{٣}$

الحل

مثال ١١ أوجد العدد الذي أضيف مربعه إلى كلاً من حدي النسبة ٧ : ١١ أصبحت ٤ : ٥

الحل

مثال ١٢ عددان صحيحان النسبة بينهم ٤ : ٧ إذا طرح من كلاً منهما ١٦ أصبحت النسبة بينهم ٢ : ٥ أوجد العددين

الحل

الإسكندرية ٢٠١١

إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{أ - ب} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{ب}{أ}$ = ...

مثال ١٣ عددان صحيحان النسبة بينهم ٢ : ٥ إذا طرح من الأول ٢ وأضيف للثاني ١ أصبحت النسبة بينهم ١ : ٤ أوجد العددين

الحل

مثال ١٤ عددان صحيحان النسبة بينهم ٣ : ٧ إذا طرح من كلاً منهم ٥ أصبحت ١ : ٣ أوجد العددان

الحل

مثال ١٥ عددان صحيحان النسبة بينهم ٢ : ٣ أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهم ٥ : ٣ أوجد العددان

الإجابة [١٨ ، ٢٧]

سؤال ١٦ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كلاً من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

الحل

سؤال ١٧ إذا كانت $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{3}{5}$

أحسب قيمة $\frac{20\text{أ} - 7\text{ب}}{10\text{أ} + \text{ب}} =$

سؤال ١٨ إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{3}{4}$

أحسب قيمة $\frac{4\text{أ} + \text{ب}}{2\text{أ} - \text{ب}} =$

سؤال ١٩ إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{2}{3}$

أحسب قيمة $\frac{3\text{س} + 2\text{ص}}{6\text{ص} - \text{س}} =$

سؤال ٢٠ إذا كانت $2\text{أ} = 3\text{ب}$

أحسب قيمة $\frac{4\text{أ} - \text{ب}}{3\text{أ} - 2\text{ب}} =$

سؤال ٢١ إذا كانت $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{7}{2}$

أحسب قيمة $\frac{2\text{أ}\text{جـ} + \text{ب}\text{د}}{\text{ب}\text{جـ} - 3\text{أ}\text{د}} =$

سؤال ٢٢ الإسماعيلية ٢٠١٣

إذا كان $\frac{21\text{س} + \text{أ}}{7\text{س} + \text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\text{س} \neq 0$

أحسب قيمة $\frac{\text{أ} + 2\text{ب}}{2\text{أ}}$

الحل

$\because \frac{21\text{س} + \text{أ}}{7\text{س} + \text{ب}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

$21\text{ب}\text{س} + \cancel{\text{أ}\text{ب}} = 7\text{أ}\text{س} + \cancel{\text{أ}\text{ب}}$

$\therefore 21\cancel{\text{س}}\text{ب} = 7\cancel{\text{س}}\text{أ}$

$\therefore 21\text{ب} = 7\text{أ}$

$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{21}{7}$ بالتعويض في المطلوب

$\frac{\text{أ} + 2\text{ب}}{2\text{أ}} = \frac{21 + 2\times 7}{2\times 21} = \frac{5}{6}$

سؤال ٢٣ إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{3}{5}$ أحسب قيمة

$7\text{أ} + 9\text{ب} : 4\text{أ} + 2\text{ب} =$

سؤال ٢٤ أكمل

[1] نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ٢ل سم

هي ---- : ----

[2] إذا كان $\frac{3\text{أ}}{5\text{ب}} = \frac{1}{2}$ فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = ...$

[3] إذا كان $4\text{س} = 5\text{ص}$ فإن $\frac{5\text{ص}}{4\text{س}} = ...$

[4] إذا كان $3\text{أ} = 8\text{ب}$ فإن $\frac{2\text{أ}}{\text{ب}} = ...$

[5] إذا كان أ ، س ، ب ، ٢س كميات متناسبة

فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = ...$

[6] إذا كان ٥أ ، ٢ ، ٣ب ، ٧ أربع كميات متناسبة

فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = ...$

١٨

خواص التناسب

إذا كان أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م} \Leftarrow \text{أ} = \text{ب م} \quad ، \quad \text{جـ} = \text{د م}$

مثال ١ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{\text{٢أ} + \text{٣جـ}}{\text{٧أ} - \text{٥جـ}} = \frac{\text{٢ب} + \text{٣د}}{\text{٧ب} - \text{٥د}}$

الحل

مثال ٢ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{\text{٣أ} - \text{٢جـ}}{\text{٥أ} + \text{٣جـ}} = \frac{\text{٣ب} - \text{٢د}}{\text{٥ب} + \text{٣د}}$

الحل

مثال ٣ إذا كانت $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

أثبت أن $\frac{\text{٥أ} - \text{٢جـ}}{\text{٥ب} - \text{٢د}} = \frac{\text{٤أ} + \text{٣جـ}}{\text{٤ب} + \text{٣د}}$

الحل

مثال ٤ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{جـ}^2}{\text{ب}^2 + \text{د}^2} = \frac{\text{أجـ}}{\text{ب د}}$

الحل

مثال ٥ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\left(\frac{\text{أ} - \text{جـ}}{\text{ب} - \text{د}}\right)^2 = \frac{\text{أجـ}}{\text{ب د}}$

الحل

مثال ٦ إذا كانت أ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\frac{أ^2 + ح^2}{أب + حد} = \frac{أ}{ب}$

الحل

مثال ٧ إذا كانت أ ، ب ، ح ، د كميات متناسبة

أثبت أن $\sqrt[3]{\frac{٥أ^3 - ٣ح^3}{٥ب^3 - ٣د^3}} = \frac{أ + ح}{ب + د}$

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٧} = \frac{ح}{٣}$

أوجد قيمة $\frac{أ + ٢ب}{ب - ح}$

الحل

مثال ٩ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$

أثبت ١ $\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{١}{٢}$

الحل

٢ $\sqrt{٣سع + ٣ص^2 + ع^2} = ٢س + ص$

الحل

مثال ١٠ إذا كانت $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{ح}{٤}$

أثبت أن $٢أ - ٥ب + ٣ح =$ إحدى النسب

الحل

٢٠

من خواص التناسب

$$\frac{\text{مجموع المقدمات}}{\text{مجموع التوالي}} = \text{إحدى النسب}$$

مثال ١ إذا كان

$$\frac{\text{س}}{\text{أ} - ٢\text{ب}} = \frac{\text{ص}}{\text{ب} - ٢\text{ح}} = \frac{\text{ع}}{\text{ح} - ٢\text{أ}}$$

أثبت أن

$$\frac{\text{س} + ٢\text{ص} - \text{ع}}{٣\text{أ} - ٥\text{ح}} = \frac{\text{ص} + ٢\text{ع}}{\text{ب} - ٤\text{أ}}$$

الحل

إذا كانت $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{٤\text{س} - ٢\text{ص}}{\text{ع}}$

فإن ع = ...

إذا كانت $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{٢\text{أ} - \text{ب}}{\text{م}}$

فإن م = ...

مثال ٢ إذا كان

$$\frac{\text{أ}}{٤\text{س} + \text{ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{س} - ٤\text{ص}}$$

أثبت أن

$$\frac{\text{أ} + \text{ب}}{٥\text{س} - ٣\text{ص}} = \frac{\text{أ} - \text{ب}}{٣\text{س} + ٥\text{ص}}$$

الحل

مثال ٣ إذا كان

$$\frac{\text{س}}{\text{أ} - \text{ب} + \text{ح}} = \frac{\text{ص}}{\text{ب} - \text{ح} + \text{أ}} = \frac{\text{ع}}{\text{ح} - \text{أ} + \text{ب}}$$

أثبت أن

$$\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{أ}} = \frac{\text{ص} + \text{ع}}{\text{ب}}$$

الحل

مثال ٤ إذا كان $\frac{\text{س}}{٢\text{أ}+\text{ب}} = \frac{\text{ص}}{٢\text{ب}-\text{جـ}} = \frac{\text{ع}}{٢\text{جـ}-\text{أ}}$

أثبت أن $\frac{٢\text{س}+\text{ص}}{٤\text{أ}+٤\text{ب}-\text{جـ}} = \frac{٢\text{س}+٢\text{ص}+\text{ع}}{٣\text{أ}+٦\text{ب}}$

الحل

مثال ٥ إذا كان $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٤} = \frac{٢\text{أ}-\text{ب}+٥\text{جـ}}{٣\text{س}}$

أحسب قيمة س الحل

مثال ٧ إذا كان $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٧} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٥} = \frac{\text{ع}+\text{س}}{٨}$

أثبت أن $\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ع}}{\text{س}-\text{ع}} = ٥$

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٥} = \frac{\text{ع}+\text{س}}{٦}$

أثبت أن $\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ع}}{٢\text{س}+٣\text{ص}+٣\text{ع}} = \frac{٧}{١٩}$

الحل

التناسب المتسلسل

إذا كان أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م} \quad \begin{cases} \text{أ} = \text{جـ م}^2 \\ \text{ب} = \text{جـ م} \end{cases}$$

الوسط المتناسب $= \pm\sqrt{\text{الأول} \times \text{الثالث}}$

مثال ١ أوجد الأول المتناسب للكميات ٤ ، ٨

الحل

أوجد الثالث المتناسب للكميات ٥ ، ١٠

الحل

أوجد الوسط المتناسب للكميات ٢ ، ٨

الحل

أوجد الوسط المتناسب للكميات ٣٢ ، ١٨

الحل

أوجد الأول المتناسب للكميات ٨ ، ١٦

أو إذا كانت س ، ٨ ، ١٦ متناسبة

فإن س = ...

إذا كانت ١٢ ، ١٨ ، س متناسبة

فإن س = ...

مثال ١ إذا كان أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

الحل

مثال ٢ إذا كان أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}{\text{ب}^2 + \text{جـ}^2} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

الحل

مثال ٣ إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، جـ

أثبت أن $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}^2}$

الحل

مثال ٤ إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، جـ

أثبت أن $\frac{أ^{3} + ب^{3}}{ب^{3} + جـ^{3}} = \frac{أ^{2}}{جـ\,ب}$

الحل

مثال ٥ إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، جـ

أثبت أن $\frac{أ^{2}}{ب^{2}} + \frac{ب^{2}}{جـ^{2}} = \frac{2أ}{جـ}$

الحل

مثال ٦ إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، جـ

أثبت أن $\frac{أ + ب + جـ}{أ^{-1} + ب^{-1} + جـ^{-1}} = ب^{2}$

الحل

نفرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ ⟸ $أ = جـ م^{2}$ ، $ب = جـ م$

الأيمن = $\frac{جـ م^{2} + جـ م + جـ}{جـ^{-1}م^{-2} + جـ^{-1}م^{-1} + جـ^{-1}} = \frac{\cancel{جـ(م^{2}+م+1)}}{\cancel{جـ^{-1}م^{-2}(1+م+م^{2})}}$

$= جـ^{2}م^{2}$

الأيسر = $جـ^{2}م^{2}$ ∴ الأيمن = الأيسر #

ملحوظة

إذا كان أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

نفرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د} = م$ ⟸ $أ = د م^{3}$ ، $ب = د م^{2}$ ، $جـ = د م$

مثال ١ إذا كان أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{أ - 2ب}{ب - 2جـ} = \frac{3ب + 4جـ}{3جـ + 4د}$

الحل

إذا كانت ٢ ، ٦ ، س+١٥ متناسبة

فإن س = ---

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[٢٤]

مثال ٢) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{جـ}^2 - \text{د}^2}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب}\,\text{د}}{\text{أ}}$

الحل

مثال ٣) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 - ٣\,\text{جـ}^2}{\text{ب}^2 - ٣\,\text{د}^2} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

الحل

إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2 + \text{جـ}^2}{\text{ب}^2 + \text{جـ}^2 + \text{د}^2} = \frac{\text{أ}\,\text{جـ}}{\text{ب}\,\text{د}}$

الدقهلية ٢٠١١

مثال ٤) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\frac{\text{أ}\,\text{ب} - \text{جـ}\,\text{د}}{\text{ب}^2 - \text{جـ}^2} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}}$

الإسكندرية ٢٠١٣

الحل

مثال ٥) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

أثبت أن $\sqrt[3]{\frac{٥\,\text{أ}^3 - ٣\,\text{جـ}^3}{٥\,\text{ب}^3 - ٣\,\text{د}^3}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب} + \text{د}}$

الحل

الإسكندرية ٢٠١١

مثال ٦ إذا كانت ١ ، ٢س ، ٩ ، ص في تناسب متسلسل أوجد قيمة س ، ص

الحل

مثال ٧ إذا كانت $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{ج}{د - ج}$

أثبت أن أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{أ^2 + ب^2}{ب^2} = \frac{ب^2 + ج^2}{ج^2}$

أثبت أن ب وسط متناسب بين أ ، ج

مثال ٩ إذا كان ص وسط متناسب بين س ، ع

أثبت أن $\frac{س ع}{ص(ص + ع)} = \frac{س}{س + ص}$

الحل

نفرض أن $\frac{س}{ص} = \frac{ص}{ع} = م$ ← ص = ع م ، س = ع $م^2$

الأيمن = ______

الأيسر = ______

التغير الطردي والعكسي

أولاً التغير الطردي

عندما تزيد سرعة السيارة س فلابد من زيادة كمية الوقود المحترق ص فعندما يزيد شئ لابد من زيادة شئ آخر في المقابل وهذا يسمى تغير طردي

∴ س $\propto$ ص | س $\propto$ ص

س = م ص | $\frac{س_1}{س_2} = \frac{ص_1}{ص_2}$

ثابت التغير

م = $\frac{س}{ص}$ قسمة

يتم التعبير عن التغير الطردي بيانياً بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل

مثال ١ إذا كانت س $\propto$ ص وكانت ص = ٢ عندما س = ٤٠

أوجد [١] العلاقة بين س ، ص

[٢] قيمة س عندما ص = ٣

الحل

مثال ٢ إذا كانت ص تتغير طردياً مع س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧

١ أوجد العلاقة بين س ، ص

٢ احسب قيمة س عندما ص = ٤٠

الحل

مثال ٣ إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٢ عندما س = ٤

١ أوجد العلاقة بين س ، ص

٢ احسب قيمة ص عندما س = ١٠

الحل

مثال ٤ إذا كانت ص $\propto$ س^{٣} وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢

١ العلاقة بين س ، ص

٢ قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

الحل

مثال ٥ إذا كان أ^{٢} − ٤ أ ب + ٤ ب^{٢} = ٠

أثبت أن أ $\propto$ ب

الحل

مثال ٦ إذا كان ٤ أ^{٢} + ٩ ب^{٢} = ١٢ أ ب

أثبت أن أ تتغير طردياً مع ب

الحل

مثال ٧ إذا كان $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{٢ب + جـ}{٦}$

أثبت أن جـ $\propto$ أ (بورسعيد ٢٠١٢)

الحل

مثال ٨ إذا كان $\frac{٢١ س − ص}{٧ س − ع} = \frac{ص}{ع}$

أثبت أن ص $\propto$ ع

الحل

التغير العكسي

وهنا يمكننا التخيل

في حالة زيادة سرعة السيارة س فتزداد كمية الوقود المحترقة وتقل سعة الخزان الذي يحتوي على الوقود ص وبالتالي كلما زادت السرعة قل الوقود وهذا التغير العكسي

$\because$ س $\propto \frac{1}{ص}$

$\therefore$ س = م $\times \frac{1}{ص}$

ثابت التغير

م = س $\times$ ص

ضرب

س $\propto \frac{1}{ص}$

$\frac{س_١}{س_٢} = \frac{ص_٢}{ص_١}$

مثال ١ إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٦ عندما س = ٢,٥

١ أوجد العلاقة بين س، ص

٢ احسب قيمة ص عندما س = ٥

الحل

مثال ٢ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٢ عندما س = ٦ احسب قيمة ص عندما س = ١

الحل

مثال ٣ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ أوجد

١ العلاقة بين س، ص

٢ قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

مثال ٤ إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ١٠ عندما س = ٣

١ احسب العلاقة بين س، ص

٢ أوجد قيمة ص عندما س = ٥

الحل

مثال ٥ إذا كانت س²ص² − ٦ س ص + ٩ = ٠

أثبت أن ص $\propto \frac{1}{س}$

الحل

مثال ٦ إذا كانت $س^4 ص^2 - ١٤ س^2 ص + ٤٩ = ٠$

أثبت أن $ص \propto \frac{1}{س^2}$

الحل

مثال ٧ من بيانات الجدول التالي

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

(١) بين نوع التغير (٢) أوجد ثابت التناسب

(٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

أي من العلاقات التالية يمثل تغير طردي

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٢ (جـ) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$

(د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

إذا كان $ص - س = \frac{1}{س} - \frac{1}{ص}$ فإن

(أ) ص ∝ س + ١ (ب) ص ∝ س (جـ) $ص \propto \frac{1}{س}$ (د) $ص \propto \frac{1}{س^2}$

مثال ٨ إذا كان ص = م − ٩ وكانت $ص \propto \frac{1}{س^2}$

وكانت م = ١٨ عندما $س = \frac{٢}{٣}$

(١) أوجد العلاقة بين ص ، س

(٢) أحسب قيمة ص عندما س = ١

الحل

مثال ٩ إذا كانت س = ع + ٨ وكانت ع تتناسب عكسياً مع ص وكانت ع = ٢ عندما ص = ٣ أحسب ص عندما س = ٢

الحل

مثال ١٠ إذا كانت ص = ٣ + أ وكانت أ ∝ $\frac{1}{س}$

وكانت ص = ٥ عندما س = ١

① العلاقة بين س ، ص

② احسب قيمة ص عندما س = ٢

الحل

مثال ١١ إذا كانت ص = أ + ٧ وكان أ ∝ $\frac{1}{س^2}$

وكان أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$.

① أوجد العلاقة بين س ، ص

② احسب قيمة ص عندما س = ٦

الحل

مثال ١٢ إذا كان ع ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يتغير عكسياً بتغير مربع طول نصف قطرها نق وكان ع = ٢٧ سم عندما نق = ١٠٫٥ سم

أوجد ع عندما نق = ١٥٫٧٥ سم

الحل

مثال ١٣ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طردياً مع الزمن إذا قطعت السيارة ١٥٠ كم في ٦ ساعات فكم كيلومتر تقطعها السيارة في ١٠ ساعات

الحل

مثال ١٤ إذا كان عدد الساعات ن اللازمة لإنجاز عمل ما يتناسب عكسياً مع عدد العمال س الذين يقومون بهذا العمل إذا أنجز العمل ٦ عمال في ٤ ساعات فما الزمن الذي يستغرقه ٨ عمال لإنجاز هذا العمل

الحل

مقاييس النزعة المركزية (الوسط ، الوسيط ، المنوال)

[١] الوسط الحسابي ⟸ $\bar{\text{س}} = \dfrac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

مثال: الوسط الحسابي للقيم ٧ ، ٥ ، ٩ ، ١١ ، ٣ هو --------

الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ هو ----------

الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ٣ ، ٧ ، ١ ، ٢ هو --------

---

[٢] الوسيط (رتب ، شطب ، خذ اللي في النص)

مثال: الوسيط للقيم ٣ ، ٢ ، ٤ ، ١١ ، ٢٠ ، ٧ هو ------

الوسيط للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٦ ، ١ ، ٢ ، ٠ هو -----

---

[٣] المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً

مثال: المنوال للقيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٧ هو -----.

مثال: المنوال للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٣ هو ------

مصادر جمع المعلومات

① أولية (المقابلة الشخصية ، الانترنت ، الاستطلاع)

② ثانوية (كتب التاريخ ، قاعدة بيانات الموظفين)

أساليب جمع البيانات (أسلوب العينات ، أسلوب الحصر الشامل)

التشتت

[١] المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال: المدى للقيم ٢ ، ٣ ، ١ ، ١ ، ٥ هو --------

المدى للقيم ١ ، ٥ ، ٧ ، ٢ ، ٩ هو ------

---

[٢] الانحراف المعياري σ سيجما

من غير جدول

$$\sigma = \sqrt{\dfrac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^2}{\text{ن}}}$$

س قيم المثال

$\bar{\text{س}}$ الوسط الحسابي $= \dfrac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}}$

ن عدد القيم المعطاة في المثال

في جدول

$$\sigma = \sqrt{\dfrac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^2 \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}} \qquad \bar{\text{س}} = \dfrac{\text{مجـ س} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}$$

س القيم ، ك التكرار ، $\bar{\text{س}}$ الوسط الحسابي

مثال: أحسب الانحراف المعياري للقيم

١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2}{ن}}$ $\bar{س} = ... =$

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)²
١٦		
٣٢		
٥		
٢٠		
٢٧		
المجموع		

$ع = \sqrt{\quad}$

$=$

مثال: أحسب الانحراف المعياري للقيم

٢٢ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ١٨

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2}{ن}}$ $\bar{س} = ... =$

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)²
٢٢		
٢٠		
٢٠		
٢٠		
١٨		
المجموع		

$ع = \sqrt{\quad} =$

مثال: أحسب الانحراف المعياري للقيم

٧٢ ، ٥٣ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٩٠ ، ٥

مثال: أحسب الانحراف المعياري للقيم

٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩

مثال: فيما يلي توزيع تكراري بين أعمار ١٠ أطفال

العمر	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

أحسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج ك}}$ $\bar{س} = \frac{مج(س \times ك)}{مج ك}$

س	ك	س × ك	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)²	(س − $\bar{س}$)² × ك
٥	١				
٨	٢				
٩	٣				
١٠	٣				
١٢	١				
المجموع	١٠				

$ع = \sqrt{\quad} =$ $\bar{س} = ... =$

مثال: الجدول التالي يوضح توزيع تكراري في ١٠٠ طالب

الدرجات	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الطلاب	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠

الحل

$ع = \sqrt{\frac{مج(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج ك}}$ $\bar{س} = \frac{مج(س \times ك)}{مج ك}$

س	ك	س × ك	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)²	(س − $\bar{س}$)² × ك
٠	٣				
١	١٦				
٢	١٧				
٣	٢٥				
٤	٢٠				
٥	١٩				
المجموع	١٠٠				

$ع = \sqrt{\quad} =$ $\bar{س} = ... =$

مثال) التوزيع التكراري الآتي يوضح عدد أطفال في بعض الأسر

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

مثال) التوزيع التكراري الآتي احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

	٢	٦	١٠	١٤	١٨	
المجموعات	صفر-	٤-	٨-	١٢-	١٦-	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

الحل

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^2 \times ك}{مجـ ك}} \qquad \bar{س} = \frac{مجـ (س \times ك)}{مجـ ك}$$

س	ك	س × ك	س - $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})^2 \times ك$
٢	٣				
٦	٤				
١٠	٧				
١٤	٢				
١٨	٩				
المجموع	٢٥				

$\bar{س}$ = ――― = ―――   ع = √――― = ―――

مثال) التوزيع التكراري الآتي احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري

المجموعات	٥-	٧-	٩-	١١-	١٣-	١٥-	المجموع
التكرار	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

$$س \text{ مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

٣٢

مثال) أكمل

١) من مقاييس التشتت ------ ، ----

٢) أبسط مقاييس التشتت ....

٣) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة هو --------

٤) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي هو ---------

٥) إذا كان الانحراف المعياري = صفر فإن ---------

٦) لأي مجموعة من القيم إذا تساوت جميع المفردات فإن التشتت = ----

٧) الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ هو ------

٨) المدى للقيم ٨ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ١٠ ، ٥ ، ١٢ هو ------

٩) الوسط الحسابي = $\frac{------}{------}$

١٠) القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً تسمى ------

١١) من مقاييس النزعة المركزية ----- ، ----

١٢) إذا كان $مجـ (س - \bar{س})^2 = ٣٦$ وعدد القيم ٩ فإن الانحراف المعياري = ------

١٣) من مصادر جمع البيانات ----- ، ----

١٤) من أساليب جمع البيانات ----- ، ----

مع أطيب الأمنيات

أ/ سعد الحجازي محمد

القياس الستيني للزاوية

له وحدات وهي درجة دقيقة ثانية

1° = ٦٠ دقيقة $1'$ = ٦٠ ثانية

مثلاً

١١″ ٤٠′ ٢٢°

ثانية دقيقة درجة

مثال ١ حول من الدرجة الى درجة دقيقة ثانية

(١) ١٨,٤٥° = ...° ....′ ....″

(٢) ٣٠,١٢° = ...° ....′ ....″

(٣) ١٢٥,١٧° = ...° ....′ ....″

مثال ٢ حول من درجة ، دقيقة ، ثانية الى درجة

(١) ٤٨″ ٣٦′ ٢٢° = ...°

(٢) ٤٨″ ١٠′ ٤٥° = ...°

(٣) ٣٠″ ٣٧′ ٥٠° = ...°

مثال ٣ إذا كانت النسبة بين زاويتان متكاملتان ٥ : ١١ أوجد القياس الستيني لكلاً منهما

الحل

(البحيرة ٢٠١٢)

مثال ٤ إذا كانت النسبة بين زاويتان متتامتان ٣ : ٥ أوجد القياس الستيني لكلاً منهما

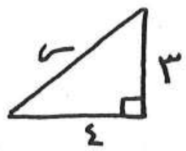
الحل

مثال ٥ إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا المثلث الداخلة ٣ : ٤ : ٧ أوجد القياس الستيني لكلاً منهما

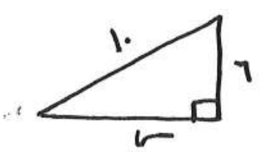
الحل

(البحيرة ٢٠١٣)

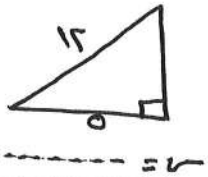
استخدم فيثاغورث لإيجاد الضلع الثالث



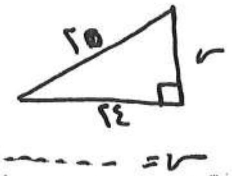
س = ...



س = ...



س = ...



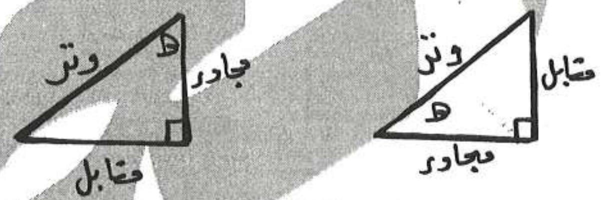
س = ...

[2] النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

جيب الزاوية = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ (جا)

جيب تمام الزاوية = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ (جتا)

ظل الزاوية = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ (ظا)



مثال 1 أ ب ح مثلث قائم في أ فيه
أ ب = ٩ سم أ ح = ١٢ سم

[1] أوجد جا ب، جتا ب، ظا ب
جا ح، جتا ح، ظا ح

[2] أوجد قيمة جا² ب + جتا² ب

[3] أوجد ١ + ظا² ب

الحل

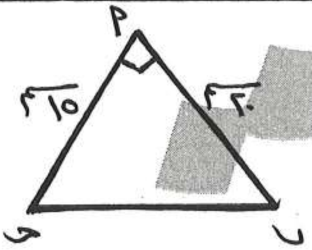
مثال 2 س ص ع مثلث قائم في ص فيه
س ص = ٤ سم س ع = ٥ سم

[1] أوجد قيمة ٢ جا س جتا س

[2] أثبت أن جا س جتا ع + جتا س جا ع = ١

الحل

مثال 3 في الشكل المقابل
أ ب ح مثلث فيه
ق(∠أ) = ٩٠°



أثبت أن
جتا ح جتا ب − جا ح جا ب = ١

الحل

(الأزهر اسكندرية ٢٠١٣)

ملحوظات ظا هـ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$ = $\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$

مهم

ملحوظة Δ أ ب ح قائم في ب يكون
جا أ + جتا ح يكون ٢ جا أ
أو ٢ جتا ح

مثال (٤) س ص ع مثلث قائم في ص حيث
س ع = ١٧ سم ، ص ع = ١٥ سم
(١) أوجد قيمة جا س جتا ع + جتا س جا ع
(٢) أثبت أن جتا س جتا ع − جا س جا ع = ٠
(٣) قيمة ١ + ظا² س

الحل

مثال (٥) س ص ع مثلث قائم في ع حيث
س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم
احسب قيمة (١) ظا س × ظا ص
(٢) جا² س + جا² ص

الحل

مثال (٦) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
إذا كان أ ب : أ جـ = ٣ : ٥
أوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية أ

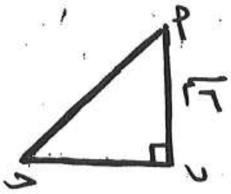
الحل

مثال (٧) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ
إذا كان ٢ أ ب = √٣ أ جـ أوجد
النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ

الحل

الإسكندرية ٢٠١٥

مثال (٨) في الشكل المقابل
△ أ ب جـ قائم في ب حيث
ظا جـ = $\frac{٣}{٤}$



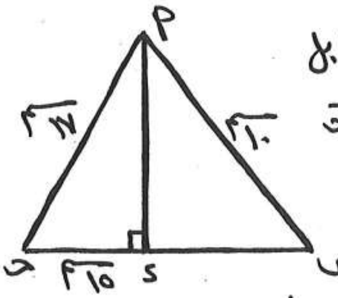
الإسماعيلية ٢٠١٢

أوجد (١) طول ب جـ ، أ جـ
(٢) قيمة جا أ + جتا أ

الحل

[٤]

مثال ٩ في الشكل المقابل



Δ أ ب ح فيه أ د ⊥ ب ح

أ ح = ١٧ سم ، د ح = ١٥ سم

أ ب = ١٠ سم

أوجد قيمة ٣ ظا ح + حا ب

الحل

مثال ١٠ أ ب ح مثلث قائم في ب فيه

حا أ = ٠,٦ أحسب قيمة

حا أ حتا ح + حتا أ حا ح

كفر الشيخ ٢٠١٣

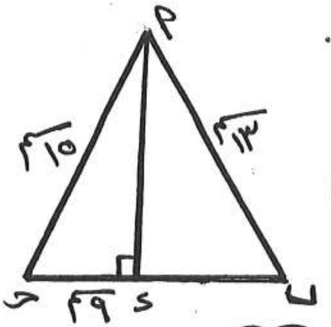
الحل

مثال ١١ أ ب ح مثلث قائم في ب فيه

ظا أ = $\frac{٢٤}{٧}$ أحسب قيمة ١ − ظا أ ظا ح

الحل

مثال ١٢ في الشكل المقابل



أوجد في أبسط صورة

$$\frac{\text{ظا}(\text{ح}\hat{\text{أ}}\text{د}) + \text{ظا}(\text{ب}\hat{\text{أ}}\text{د})}{\text{ظا}(\text{ح}\hat{\text{أ}}\text{د}) - \text{ظا}(\text{ب}\hat{\text{أ}}\text{د})}$$

الحل

الإسكندرية ٢٠١٣

مثال ١٣ أ ب ح مثلث فيه أ ب = أ ح = ١٠ سم

ب ح = ١٢ سم ، أ د ⊥ ب ح وتقاطعها في د

أثبت أن [١] حا ب + حتا ح = ١,٤

[٢] حا² ح + حتا² ح = ١

الحل

مثال ١٤ أ ب ح مثلث فيه أ ب = أ ح = ١٠ سم

ب ح = ١٢ سم رسم $\overleftrightarrow{\text{أد}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ح}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أد}} \cap \overline{\text{ب ح}}$ = {د}

أحسب قيمة [١] حا(ح أ̂ د) ، حتا(ح أ̂ د)

أثبت أن [١] حا² ح + حتا² ح = ١

[٢] حا ب + حتا ح > ١

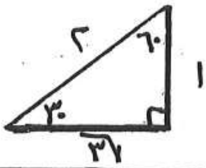
الحل

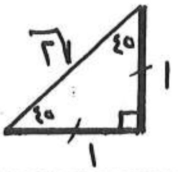
مثال ١٥ ا ب ج د شبه منحرف متساوي الساقين فيه $\overline{اد} \parallel \overline{بج}$ ، اد = ٤ سم
اب = ٥ سم ب ج = ١٢ سم
أثبت أن $\frac{٥ \text{ طا ب جتا ب}}{\text{جا}^٢ \text{ ج} + \text{جتا}^٢ \text{ ج}} = ٣$

الحل

مثال ١٦ ا ب ج د شبه منحرف فيه $\overline{اد} \parallel \overline{بج}$
ق(∠ب) = ٩٠° اب = ٣ سم اد = ٦ سم ب ج = ١٠ سم
أثبت أن جتا(∠د ج ب) − طا(∠ا ج ب) = $\frac{١}{٢}$
الحل (الإسكندرية ٢٠١٥)

النسب المثلثية المشهورة
٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥°





النسبة \ الزاوية	٣٠°	٦٠°	٤٥	بالآلة الحاسبة
حا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	Sin
جتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	Cos
طا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١	Tan

ملحوظة حا ٣٠° = جتا .....°
حا ٦٠° = جتا .....°

مثال ١ بدون استخدام الآلة الحاسبة
أحسب قيمة حا ٦٠° + جتا ٣٠° + طا ٦٠°
الحل

أحسب قيمة (جتا ٣٠° − جتا ٦٠°)(حا ٣٠° + حا ٦٠°)
الحل

أحسب قيمة ٤ جتا ٣٠° طا ٦٠°
الحل

[٦]

مثال٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة

أثبت أن [١] حا ٦٠ = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠°

الحل

[٢] ٢ طا ٣٠° + ٤ حتا ٦٠° = طا² ٦٠°

الحل

[٣] حتا ٦٠° = ٢ حتا² ٣٠° − ١

الحل

[٤] حتا ٦٠° = حتا² ٣٠° − حا² ٣٠°

الحل

[٥] $طا ٦٠° = \frac{٢ طا ٣٠°}{١ - طا² ٣٠°}$

الحل

[٦] حتا² ٦٠° = ٥ طا² ٣٠° − طا² ٤٥°

الحل

كيف يتم حساب قيمة الزاوية

مثال حا ...° = $\frac{1}{2}$

SHIFT → sin( )
→ cos( )
→ Tan( )

[١] إذا كانت حا س = $\frac{1}{2}$ فإن ق(∠س) = -----

[٢] إذا كانت حتا س = $\frac{1}{2}$ فإن ق(∠س) = ----

[٣] إذا كانت طا س = ١ فإن ق(∠س) = ----

[٤] إذا كانت حتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{1}{2}$ فإن ق(∠س) = ---

[٥] إذا كانت طا(س + ١٠°) = √٣ فإن ق(∠س) = ---

[٦] إذا كانت طا ٣س = √٣ فإن ق(∠س) = ---

[٧] إذا كانت حتا س = ٠,٥ فإن ق(∠س) = ----

[٨] إذا كانت حا(س + ٥) = $\frac{1}{2}$ فإن ق(∠س) = ----

[٩] إذا كانت حتا $\frac{س}{٣}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن ق(∠س) = ----

[١٠] إذا كانت طا $\frac{٣س}{٢}$ = ١ فإن ق(∠س) = ---

[١١] إذا كانت حا(ص + ٧) = ٠,٥ فإن ق(∠ص) = ---

[١٢] حا ٣٠° = حتا ب فإن ق(∠ب) = ---°

[١٣] إذا كانت حتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن ق(∠س) = ---

[١٤] ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠° = حا ....°

٧

١٥) إذا كانت س ، ص زاويتان متتامتان بحيث س : ص = ١ : ٢ أحسب قيمة حا س + حتا ص = ...

١٦) حا ٦٠° + حتا ٣٠° − ظا ٦٠° = ...

١٧) ظا ٤٥ حا ٩٠° = ...

١٨) أ ب ح مثلث قائم في أ فيه ظا ب = ١ فيكون حا أ حتا ح ظا ح = ...

١٩) أ ب ح مثلث قائم في أ ومتساوي الساقين فيكون ظا ب = ...

٢٠) في Δ أ ب ح قائم في ح يكون حا ب + حتا ب ...... ١ [= ، < ، >]

٢١) أ ب ح مثلث قائم في أ فإن حا أ + حتا ح = ... [٢ حا ب ، ٢ حا ح ، ٢ حتا ب ، ٢ حتا أ]

٢٢) إذا كانت ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ حيث س زاوية حادة فإن ظا ٢س = ...

٢٣) إذا كانت س قياس زاوية حادة وكان حا س = $\frac{1}{2}$ فإن حا ٢س = ...

٢٤) إذا كان حا س = $\frac{1}{2}$ فإن حتا ٢س = ...

٢٥) إذا كان ظا س = ١ فإن حا ٢س = ...

مثال ١ إذا كانت ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ دمياط ٢٠١٣

أحسب قيمة حا س ظا ($\frac{٣س}{٢}$) + حتا (٢س)

الحل

مثال ٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة أحسب قيمة س

١) ظا س = ٤ حا ٣٠ حتا ٦٠°

الحل

٢) حا س = حا ٦٠° حتا ٣٠° − حتا ٦٠° حا ٣٠°

الحل

٣) ٢ حا س = حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا ٣٠° حا ٦٠°

الحل

٤) ٢ ظا س = ظا ٦٠° − ٢ حا ٣٠°

الحل

[٨]

[٥] ٢√ جا س = جا٣٠° جتا٦٠° + جتا٣٠° جا٦٠°

الحل

مثال ٣ أوجد قيمة س التي تحقق

س جا٣٠° جتا٢ ٤٥° = جا٢ ٦٠°

(الأسكندرية ٢٠١٥)

الحل

مثال ٤ في الشكل المقابل

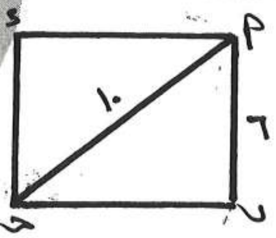
أب ح ء مستطيل

أحسب [١] ق(∠ح ب أ)

[٢] مساحة المستطيل أب ح ء

(المنوفية ٢٠١٣)

الحل



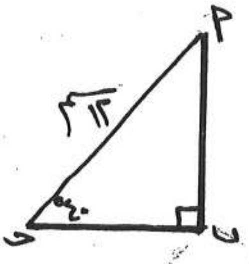
مثال ٥ في الشكل المقابل

ق(∠ح) = ٤٠° ، أح = ١٢ سم

أحسب [١] طول أب ، ب ح

[٢] مساحة △ أب ح

الحل



مثال ٦ في الشكل المقابل

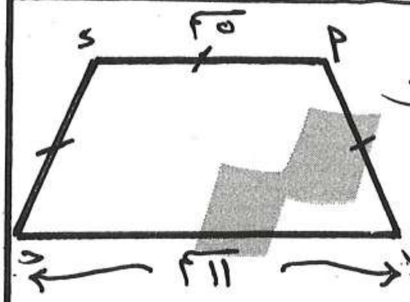
أب ح ء شبه منحرف

أب = أء = ء ح

[١] أحسب ق(∠ب)

ق(∠أ)

[٢] مساحة ⏢ أب ح ء



مثال ٧ سلم أب طوله ٦م يستند طرفه العلوي أ على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقية إذا كانت ح هي مسقط أب على الأرض وكان قياس زاوية ميل السلم على الأرض ٦٠° أحسب طول أح

مثال ٨ بسبب الرياح كسر الجزء العلوي للشجرة فصنع مع الأرض زاوية ٦٠° إذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة تبعد عن قاعدة الشجرة ٣٤ أحسب طول الشجرة لأقرب متر (الفيوم ٢٠١٤)

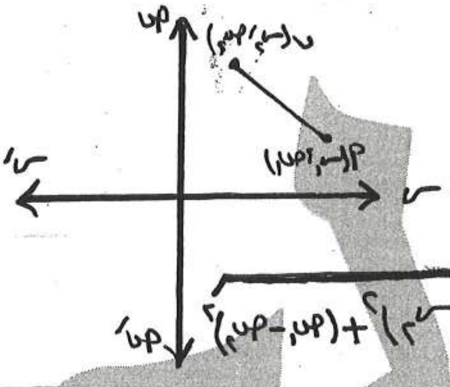
مثال ٩ أب ح مثلث متساوي الساقين فيه

أب = أح = ١٢,٦ سم ، ق(∠أ) = ٨٤° ٤٢َ ٣٢

أحسب لأقرب رقم عشري واحد طول ب ح

البعد بين نقطتين

بفرض أن لدينا نقطتين أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢)



$$أب = \sqrt{(س_1 - س_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$$

البعد بين نقطتين = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

مثال ١ إذا كانت أ(١، ٢) ، ب(٤، ٦)

أوجد أب = ...

مثال ٢ إذا كانت أ(٢، -١) ب(٥، -٥)

أحسب أب = ...

مثال ٣ إذا كانت أ(-٢، ٧) ب(٣، -٥)

أحسب أب = ...

مثال ٤ في مربع أ ب ح د إذا كان أ(٣، ٥) ب(٤، ٢)

فإن مساحة المربع = ... وحدة مساحة

مثال ٥ في المعين أ ب ح د إذا كان أ(-١، ٧) ب(-٣، ١)

فإن محيط المعين = ... وحدة طول

مثال ٦ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها م(٧، ٤)

و أ نقطة تقع عليها أ(٣، ١) يساوي ....

التطبيقات

مثال ١ أثبت أن △ أ ب ح متساوي الساقين

حيث أ(٣، ٣) ب(٥، ٩) ح(-١، ٧)

الحل

مثال ٢ أثبت أن △ أ ب ح متساوي الأضلاع

حيث أ(٦، ٠) ب(٢، ٠) ح(٤، ٢$\sqrt{3}$)

الحل

مثال ٣ أثبت أن النقاط أ(-٢، ٧) ب(-٣، ٤)

ح(١، ١٦) تقع على استقامة واحدة

الحل

٢

مثال ٤ أثبت أن النقاط أ(٤، ٣) ب(١، ١) ج(-٥، -٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٥ أثبت أن النقاط أ(٣، ٢) ب(-٤، ١) ج(٢، -١) هي رؤوس مثلث قائم في ج

ثم أوجد مساحته

الحل

مثال ٦ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ(٥، -٥) ب(-١، ٧) ج(١٥، ١٥) قائم الزاوية في ب ثم أوجد مساحته

الحل

مثال ٧ أثبت أن النقاط أ(٣، -٣) ب(-٥، -١) ج(٠، -٧) د(٨، -٩) هي رؤوس متوازي أضلاع

الحل

$$أب = \sqrt{(\ \ -\ \ )^2 + (\ \ -\ \ )^2} = \quad = \quad \text{وحدة طول}$$

$$ب ج = \sqrt{(\ \ -\ \ )^2 + (\ \ -\ \ )^2} = \quad = \quad \text{وحدة طول}$$

$$ج د = \sqrt{(\ \ -\ \ )^2 + (\ \ -\ \ )^2} = \quad = \quad \text{وحدة طول}$$

$$د أ = \sqrt{(\ \ -\ \ )^2 + (\ \ -\ \ )^2} = \quad = \quad \text{وحدة طول}$$

∵ أب = ج د ، ب ج = د أ ∴ الشكل متوازي أضلاع

ملاحظة البعد بين نقطة الأصل وأي نقطة (س، ص) هو $\sqrt{س^2 + ص^2}$

مثال البعد بين النقطة (٦، ٨) ونقطة الأصل هو ---

البعد بين النقطة (٣، ٤) ونقطة الأصل هو ------

مثال ٨ أثبت أن النقاط أ(-١، ١) ، ب(٠، ٥) ، ح(٥، ٦) ، ء(٤، ٢) هي رؤوس متوازي أضلاع

الحل

مثال ٩ أثبت أن النقاط أ(-١، ٣) ، ب(٥، ١) ، ح(٦، ٤) ، ء(٠، ٦) هي رؤوس مستطيل وأوجد مساحته

الحل

مثال ١٠ أثبت أن النقاط أ(٠، ١) ، ب(٤، ٥) ، ح(١، ٨) ، ء(-٣، ٤) هي رؤوس مستطيل وأوجد مساحته

الحل

مثال ١١ أثبت أن النقاط أ(-١، ٤) ، ب(١، ١) ، ح(-١، -٢) ، ء(-٣، ١) هي رؤوس معين وأوجد مساحته

الحل

مثال ١٢ أثبت أن النقاط أ (٣، ٣) ب (٠، ٣) ج (٠، ٠) د (٣، ٠) هي رؤوس مربع وأحسب مساحته

الحل

مثال ١٣ أثبت أن النقاط أ (-٦، ٢) ب (٠، ٨) ج (-٨، ٤) تقع على الدائرة التي مركزها م (-٤، ٦) ثم أوجد مساحتها

(الإسكندرية ٢٠١٥)

الحل

مثال ١٤ إذا كان البعد بين النقطتين (أ، ٧) (-٢، ٣) يساوي ٥ أوجد قيمة أ

(الأقصر ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٥ إذا كانت أ (٢، س) ب (٣، -١) وكانت أ ب = $\sqrt{١٧}$ وحدة طول أوجد قيمة س

(الدقهلية ٢٠١٣)

الحل

مثال ١٦ إذا كانت أ (س، ٣) ب (٣، ٢) ج (٥، ١) وكانت أ ب = ب ج أوجد قيمة س

(بورسعيد ٢٠١٤)

الحل

[٥]

أكمل:

١ البعد بين النقطة (-٣، ٤) ونقطة الأصل يساوي ....

٢ البعد بين (-٥، ٠)، (٠، ١٢) هو ....

٣ البعد بين (٥، ٠)، (٦، ٠) هو ....

٤ طول نصف قطر الدائرة التي مركزها (٧، ٤) وتمر بالنقطة (٣، ١) يساوي ....

٥ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ أي من النقاط الآتية تنتمي إلى الدائرة ....
[(١، ٢) ، (-٢، ١) ، ($\sqrt{٣}$، ١) ، ($\sqrt{٧}$، ١)]

٦ بعد النقطة (٣، -٥) عن محور السينات ....

٧ بعد النقطة (-٣، ٢) عن محور الصادات ....

٨ البعد العمودي بين المستقيمين ص - ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوي .... وحدة طول

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة

إذا كان لدينا نقطتين أ(س١، ص١) ، ب(س٢، ص٢) فإن ج نقطة تقع منتصف أب

إحداثي ج = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

ب (س٢، ص٢) ———— ج ———— أ (س١، ص١)

مثال ١: إذا كانت أ(١، ٥) ب(٣، ١) وكانت م منتصف أب فإن إحداثي م = (...، ...)

م = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} ، \frac{\quad + \quad}{٢} \right)$

مثال ٢: إذا كانت أ(٣، -٢) ب(-١، -٤) وكانت م منتصف أب فإن إحداثي م = (...، ...)

م = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} ، \frac{\quad + \quad}{٢} \right)$

مثال ٣: إذا كانت ج هي منتصف أب أوجد قيمة س، ص حيث
أ(٣، ٥) ب(-٢، -٣) ج(س، ص)

الحل

مثال ٤: إذا كانت أب قطر في الدائرة م حيث أ(٤، -١) ب(-٢، ٧) أوجد إحداثي م ومن ثم أوجد محيط الدائرة

الحل

مثال ٥: إذا كانت ج(١٠، -٤) هي منتصف أب حيث أ(٤، -٢) أوجد إحداثي ب

الحل

ب (س، ص) ———— ج (١٠، -٤) ———— أ (٤، -٢)

مثال ٦: أب قطر في الدائرة م حيث أ(٤، ١) ب(-٦، ٣)
أوجد إحداثي م = (...، ...)

مثال (٧) إذا كانت حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث
أ(س، ٤) ب(-١، -٦) حـ(-٢، ص)
احسب قيمة س، ص
الأسكندرية ٢٠١٣
الحل

مثال (٨) إذا كانت حـ(٦، -٤) هي منتصف $\overline{أب}$
حيث أ(٥، -٣) أوجد إحداثي ب
الحل

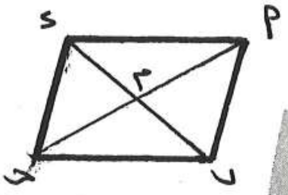
مثال (٩) أثبت أن الشكل أ ب حـ د متوازي أضلاع
حيث أ(٤، ٣) ب(٠، ٢) حـ(-٢، -٣)
د(٢، -٢)
الحل

مثال (١٠) $\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها م إذا كانت
ب(-٢، ٧) م(١، ٣)
أسيوط ٢٠١٤
(١) أوجد إحداثي أ
(٢) محيط الدائرة
الحل

مثال (١١) إذا كانت النقاط
أ(٥، ٣) ب(٦، -٢) حـ(١، -١) د(٠، ٤)
هي رؤوس معين أوجد
(١) نقطة تقاطع القطرين
(٢) مساحة المعين
السويس ٢٠١٤
الحل

مثال ١٢ إذا كانت أ ب جـ د هى رؤوس متوازى أضلاع حيث أ(٣، -٢) ب(-٥، ٠) جـ(٠، -٧) أوجد إحداثى نقطة د

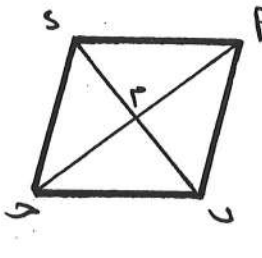
الحل



مثال ١٣ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه أ(٣، ٤) ب(٢، -١) جـ(-٤، -٣) أوجد إحداثى نقطة د

(الإسكندرية ٢٠١٣)

الحل



مثال ١٤ أثبت أن النقاط أ(٦، ٠) ب(٢، -٤) جـ(-٤، ٢) هى رؤوس مثلث قائم فى ب ثم أوجد إحداثى نقطة د التى تجعل الشكل مستطيل

الحل

(كفر الشيخ ٢٠١٤ ، أسيوط ٢٠١١)

مثال ١٥ إذا كانت أ(١، -٦) ب(٩، ٢) أوجد إحداثى النقاط التى تقسم $\overline{أب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول

الحل

جـ منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} \text{ ، } \frac{\quad + \quad}{٢} \right)$ =

د منتصف $\overline{أجـ}$ = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} \text{ ، } \frac{\quad + \quad}{٢} \right)$ =

هـ منتصف $\overline{بجـ}$ = $\left(\frac{\quad + \quad}{٢} \text{ ، } \frac{\quad + \quad}{٢} \right)$ =

مثال ١٦ [١٨]

أثبت أن النقط أ(-٣، -١)، ب(٣، ٤)، جـ(١، -٦)

هي رؤوس مثلث متساوى الساقين رأسه أ

ثم أوجد طول العمود المرسوم من أ على $\overline{بجـ}$

الحل

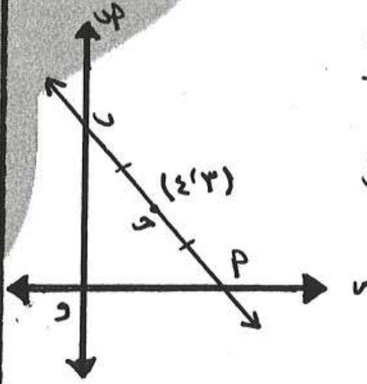
(الأسكندرية ٢٠١٢)

مثال ١٧ فى الشكل المقابل

جـ (٣، ٤) منتصف $\overline{أب}$

و أ = ... وحدة طول

و ب = ... وحدة طول



الحل

ميل الخط المستقيم

[١] الخط المستقيم المار بالنقطتين أ(س١، ص١) ب(س٢، ص٢)

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٥) (٣، -١)

الميل = ——— =

* أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣، -٥) (-٢، ١)

الميل = ——— =

[٢] الخط المستقيم الذى يصنع زاوية هـ° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

الميل = ظا هـ

مثال أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية

[١] هـ = ٤٥° الميل =

[٢] هـ = ١٣٥° الميل =

[٣] هـ = ٣٠° الميل =

[٤] هـ = ٦٠° الميل =

العلاقة بين ميلى مستقيمين

[١] المستقيمان متوازيان

∴ م١ = م٢ الشرط

[٢] المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = -١ الشرط

الميل:
- موجب ← يصنع زاوية حادة
- سالب ← يصنع زاوية منفرجة
- صفر ← يصنع زاوية صفرية
- غير معرف ← يصنع زاوية قائمة

مثال ١ أثبت أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٣،٢) (-١،-٦) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية ١٣٥°

الحل

مثال ٢ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (١،٥) (-٢،-١) يوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥،٩) (٠،-١)

الحل

مثال ٣ أثبت أن النقاط أ(٤،٣) ب(١،١) جـ(-٥،-٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٤ أثبت أن النقاط أ(-٢،٧) ب(-٣،٤) جـ(١،١٦) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٥ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١،٤) (٣،٧) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (١،١) (٤،-٣)

الحل

مثال ٦ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٧،-١) (٥،-٣) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية ١٣٥°

الحل

مثال ٧ أوجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٢،-٣) (٣،٥)

الحل

مثال ٨ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٤،٣√٣) (٥،٢√٣) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية ٣٠°

الحل

١٠

مثال ٩ إذا كانت النقاط أ(٠ ، ١) ب(س ، ٣) ح(٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة

أحسب قيمة س

الحل

مثال ١٠ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ(-١ ، -١) ب(٢ ، ٣) ح(٦ ، ٠)

رؤوس مثلث قائم في ب باستخدام الميل

الحل

مثال ١١ إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين (٣ ، ١) (ك ، ٢) والمستقيم ل٢ يصنع مع الإتجاه

الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

أوجد قيمة ك في الحالات الآتية

[١] المستقيمان متوازيان [٢] المستقيمان متعامدان

الحل

مثال ١٢ باستخدام الميل أثبت أن النقاط

أ(-١ ، ١) ب(٠ ، ٥) ح(٤ ، ٢) د(٥ ، ٦)

هي رؤوس متوازي أضلاع

الحل

مثال ١٣ باستخدام الميل أثبت أن النقاط

أ(-١ ، ٣) ب(٥ ، ١) ح(٦ ، ٤) د(٠ ، ٦) هي

رؤوس مستطيل الحل

مثال ١٤ أثبت أن النقاط

أ(٤ ، ٣) ب(٧ ، ٠) ح(١ ، -٢) د(١ ، ٢)

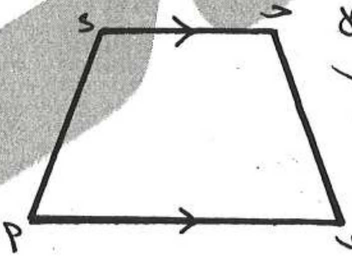
هي رؤوس شبه منحرف

الحل

سؤال ١٥ إذا كان المثلث الذي رؤوسه أ(٣، -١) ، ب(س، ٣) ، جـ(٥، ٣) هو قائم في أ أحسب قيمة س

الحل

سؤال ١٦ في الشكل المقابل



أ ب جـ د شبه منحرف

$\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$

أ(٩، -٢) ب(٣، ٢)

جـ(س، -س)

د(٤، -٣) أحسب إحداثي جـ

الأسئلة مدرسة ٢٠١٤

الحل

سؤال ١٧ أكمل

١) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٣) ، (٥، -٢) هو ----

٢) ميل المستقيم الذي يصنع زاوية ١٣٥° هو ----

٣) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = ----

٤) ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = ----

٥) المستقيم الذي ميله = ١ يصنع زاوية = ...°

٦) المستقيم الذي ميله = -١ يصنع زاوية = ...°

٧) المستقيم الذي ميله = $\sqrt{٣}$ يصنع زاوية = ...°

٨) المستقيم الذي ميله = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ يصنع زاوية = ...°

٩) ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٣، -٢) ، (٤، ١) هو ....

١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٥}{٢}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـد}$ ----

١١) إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-٣}{٤}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـد}$ = ----

١٢) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازي محور السينات حيث أ(٨، ٣) ، ب(٢، ك) فإن ك = ----

١٣) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازي محور الصادات حيث أ(٣م، ٤) ب(-٥، ٧) فإن م = ----

١٤) إذا كان ميل المستقيم أب = $\frac{٢}{٥}$ وكان أب يوازي جـد فإن ميل جـد = ----

١٥) إذا كان ميل أب = -٣ وكان أب ⊥ جـد فإن ميل جـد = ----

١٦) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متعامدان فإن ك = ----

١٧) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{ك}{٧}$ متعامدان فإن ك = ----

١٨) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{ك}{١٠}$ متوازيان فإن ك = ----

[١٢]

إيجاد الميل بمعلومية معادلة خط مستقيم

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

أ س + ب ص + حـ = صفر

الميل = $\frac{-أ}{ب}$ = $\frac{-معامل\ س}{معامل\ ص}$

حالة خاصة: لو معادلة ص = م س + حـ

الميل = م معامل س

مثال: أكمل

[١] ميل المستقيم ٢س − ٣ص + ٥ = ٠ هو ......

[٢] ميل المستقيم س − ص = ١ هو ....

[٣] ميل المستقيم ٢ص − ٥س + ٣ = ٠ هو .....

[٤] ميل المستقيم أ س + ب ص + حـ = ٠ هو ....

[٥] ميل المستقيم ص = ٢س + ٣ هو ....

[٦] ميل المستقيم ٢ص = ٦س − ٧ هو ......

[٧] ميل المستقيم العمودي على المستقيم ٢س − ٣ص = ٥ هو ......

[٨] ميل المستقيم الموازي للمستقيم ٢س − ٣ص − ٥ = ٠ هو .....

[٩] المستقيم الذي معادلته ٢س − ٣ص − ٦ = ٠ يقطع من محور السينات جزءًا طوله ......

[١٠] المستقيم ٢س + ٥ص − ١٠ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءًا طوله ......

مثال [١] أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

[١] ٢س − ٣ص − ٦ = ٠

[٢] ٢س + ٥ص − ١٠ = ٠

[٣] $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ (قنا ٢٠١٤ — المنيا ٢٠١٣)

مثال [٢] أثبت أن المستقيم الذي معادلته س − ٢ص + ٨ = ٠ يوازي المستقيم المار بالنقطتين أ(٢، ٣) ب(−٢، ١)

الحل

مثال [٣] إذا كان المستقيم الذي معادلته أ س + ٢ص − ٣ = ٠ يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢، ٣) (١، ٥) أوجد قيمة أ

الحل

تكوين معادلة الخط المستقيم

يتم حل هذا المثال بكتابة الصورة العامة

$$\boxed{ص = م س + جـ}$$

م ← الميل

جـ ← طول الجزء المقطوع من محور الصادات

مثال ١ كون معادلة الخط المستقيم

[١] الذي ميله = ٢ ويقطع من محور الصادات جزء موجب طوله ٧ وحدات طولية

---

[٢] الذي ميله = ٥ ويقطع من محور الصادات جزء سالب طوله ٤ وحدات طولية

---

[٣] الذي ميله = -٢ ويمر بنقطة الأصل

---

[٤] الذي ميله = $\frac{1}{2}$ ويمر بالنقطة (٠، -٣)

الحل

---

[٥] يمر بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور الصادات زاوية قياسها ١٣٥°

الحل

مثال ٢ أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من محور الصادات جزء سالب ٣ وحدات طولية ويوازي المستقيم ٢س - ٣ص = ٦ (البحيرة ٢٠١١)

الحل

مثال ٣ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، -١) وميله = ٢ (القليوبية ٢٠١١)

الحل

مثال ٤ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (-٢، ٣) عمودي على المستقيم ص = $\frac{1}{3}$ س - ٥ (الدقهلية ٢٠١٣)

الحل

مثال ٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، -١٠) ويوازي المستقيم س + ٢ص - ٧ = ٠

الحل

سوهاج ٢٠١٢

مثال ٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٢) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٦) (-١، ٢)

الحل

مثال ٧ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٢، -٣) (٥، -٤)

الحل

الغربية ٢٠١٤ البحيرة ٢٠١٣

مثال ٨ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢، -١) (١، ١)

الحل

الغربية ٢٠١٣

مثال ٩ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) وأثبت أنه يمر بنقطة الأصل

(الدقهلية ٢٠١٢)

الحل

مثال ١٠ أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على $\overline{\text{أب}}$ من منتصفه أ(-٣ ، ٦) ، ب(٢ ، ١)

الحل

مثال ١١ أوجد معادلة محور تماثل $\overline{\text{سص}}$ حيث س(٣ ، -٢) ، ص(-٥ ، ٦)

(بورسعيد ٢٠١٤ ، الدقهلية ٢٠١٢)

الحل

مثال ١٢ إذا كانت أ(٥ ، -٦) ، ب(٣ ، ٧) ، ج(١ ، -٣) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة أ ومنتصف $\overline{\text{بج}}$

(الأسكندرية ٢٠١٣)

الحل

مثال (13) أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزئين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ على الترتيب

(أسيوط ٢٠١٢)

الحل

مثال (14) أ ب جـ مثلث فيه أ(١، ٢) ، ب(٥، -٢) ، جـ(٣، ٤) د منتصف $\overline{أب}$ رسم $\overline{دهـ}$ // $\overleftrightarrow{بجـ}$ ويقطع $\overline{أجـ}$ في هـ أوجد [1] طول $\overline{دهـ}$

[2] معادلة $\overline{دهـ}$

(الإسكندرية ٢٠١١ ٢٠١٥)

الحل

مثال (15) الجدول المقابل يمثل علاقة خطية

س	١	٢	٣
ص	١	٣	أ

[1] أوجد معادلة الخط المستقيم

[2] طول الجزء المقطوع من ص

[3] قيمة أ

(الإسكندرية ٢٠١٥ القليوبية ٢٠١٣)

الحل

مثال (16) إذا كانت معادلتا المستقيمين ل١ ، ل٢ هما على الترتيب

٢س - ٣ص + أ = ٠ ، ٣س + ب ص - ٦ = ٠

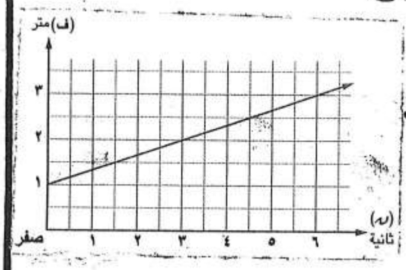
[1] أوجد قيمة ب إذا كان المستقيمان متوازيان

[2] أوجد قيمة ب إذا كان المستقيمان متعامدان

[3] إذا كانت النقطة (١، ٣) تقع على الخط ل١ أحسب أ

(الإسكندرية ٢٠١٤)

مثال (17) الشكل المقابل يوضح حركة جسم بسرعة منتظمة ع ومسافة ف بالمتر والزمن (ن) بالثانية أوجد



[1] المسافة عند بدء الحركة

[2] سرعة الجسم

[3] معادلة الخط المستقيم

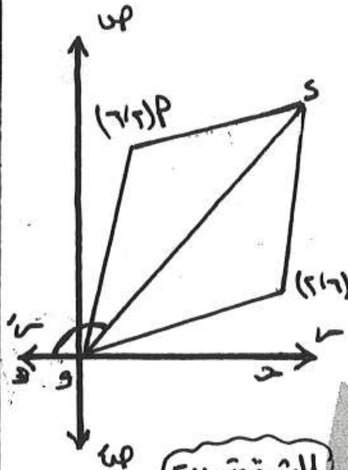
[4] الزمن الذي يقطع فيه الجسم مسافة ٥ م منذ بدء الحركة

[١٧]

سؤال ١٨ في الشكل المقابل

النقط أ(٢،٦) ، ب(٦،٢)

و (٠،٠) ، د هي رؤوس معين



[١] أوجد إحداثي د

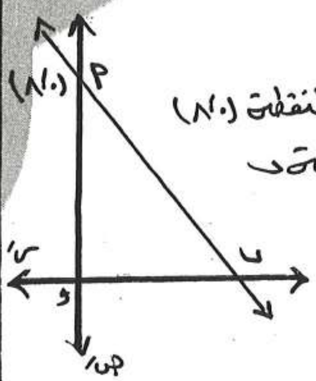
[٢] معادلة $\overleftrightarrow{و د}$

[٣] ق(∠ د و هـ)

الحل

الشرقية ٢٠١٤

سؤال ١٩ في الشكل المقابل



$\overleftrightarrow{أ ب}$ يقطع محور الصادات في النقطة (٠،٨)

ويقطع محور السينات في النقطة ب

ظا(∠ أ ب و) = $\frac{٤}{٣}$

أوجد [١] ق(∠ ب أ و)

[٢] إحداثي ب

[٣] ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$

[٤] معادلة المستقيم المار بالنقطة و وعمودي على $\overleftrightarrow{أ ب}$

الحل

الشرقية ٢٠١٣

سؤال ٢٠ أكمل

[١] ميل المستقيم ٣س - ٤ص - ١٥ = ٠ هو ------

وميل العمودي عليه هو ------

[٢] المستقيم الذي معادلته ٢س + ٣ص - ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزء طوله -----

[٣] معادلة محور السينات هي -----

[٤] معادلة محور الصادات هي ------

[٥] معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢،٥) ويوازي محور السينات --------

[٦] معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧،-٣) ويوازي محور الصادات -----

[٧] معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢،-٥) وميله يساوي صفر ------

[٨] إذا كان المستقيمان ٢س + ب ص + ٣ = ٠ ، ٣س - ص + ٢ = ٠ متوازيان فإن ب = ----

[٩] إذا كان المستقيمان ٢س - ك ص = ٣ ، ص + ٣س + ٢ = ٠ متعامدان فإن ك = ---

[١٠] المستقيم الذي معادلته ٣س - ٣ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة قياسها ----

[١١] المستقيم ٢س - ٣ص - ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزء طوله ----

[١٢] المستقيم ٢س + ٥ص - ١٠ = ٠ يقطع من محور السينات جزء طوله ---

[١٣] إذا كان المستقيمان ٣س - ٤ص - ٣ = ٠ ، ك ص + ٤س - ٨ = ٠ متعامدان فإن ك = ---

[١٤] مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات

٣س - ٤ص = ١٢ ، س = صفر ، ص = صفر

تساوي ----- وحدة مساحة

المادة : الهندسة و حساب المثلثات الزمن : ساعتان	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣م)	جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة :

١) ظا ٤٥° = ... (أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ج) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

٢) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢) يساوى ....

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ١٣

٣) إذا كان جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا٢س= ....

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٤) ميل المستقيم الذى معادلته ٢س−٣ص+٥=٠ يساوى ....

(أ) $\frac{-٣}{٢}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

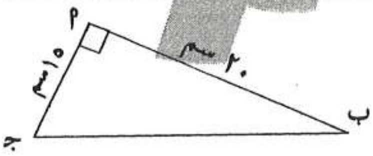
٥) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ و يمر بنقطة الأصل هى ....

(أ) س=١ (ب) ص=١ (ج) ص = س (د) ص = − س

٦) المستقيم الذى معادلته ٢س−٣ص−٦ =٠ يقطع من محور الصادات جزءا طوله ....

(أ) −٦ (ب) −٢ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

السؤال الثانى :



أ) فى الشكل المقابل :

أ ب ج مثلث فيه ق(∠ أ) = ٩٠° ، أ ج = ١٥سم ، أ ب = ٢٠سم

اثبت أن : جتاج جتا ب − جاج جا ب = صفر

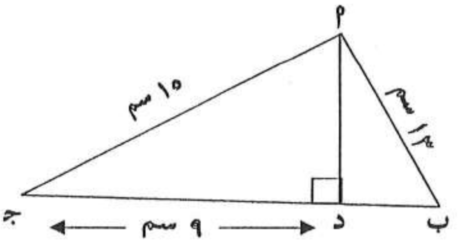
ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) و منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(١ ، −٢) ، ب (٣ ، −٤)

السؤال الثالث :

أ) بدون استخدام الحاسبة ، أوجد القيمة العددية للمقدار : جتا٦٠جا٣٠ − جا٦٠جتا٣٠

ب) إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢$\sqrt{٥}$ فاحسب قيمة س.

السؤال الرابع :



أ) فى الشكل المقابل :

أ د ⊥ ب ج ، أب = ١٣ سم ، أج =١٥ سم ، دج = ٩ سم

أوجد فى أبسط صورة قيمة $\frac{\text{ظا (∠ ج أ د) + ظا (∠ ب أ د)}}{\text{ظا (∠ ج أ د) − ظا (∠ ب أ د)}}$

ب) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٤) و عمودى على المستقيم : ٥س−٢ص+٧ = صفر

السؤال الخامس :

أ) أ ب ج د متوازى أضلاع فيه أ(٣ ، ٤) ، ب(٢ ، −١) ، ج (−٤ ، −٣) ، أوجد إحداثيى د .

ب) اثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٣ ، −٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° .

« انتهت الأسئلة »

جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (العام) للعام الدراسى (١٤٣٤ هـ - ٢٠١٣م)	المادة : الجبر والإحصاء الزمن : ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) النقطة (−٣ ، ٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

٢) العلاقة التى تمثل تغير طردى بين المتغيرين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٢ (جـ) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

٣) إذا كان مجـ (س − $\bar{س}$)^{٢} = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩ فإن σ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٨ (د) ٢٧

٤) إذا كان أ ، ب ، ٢ ، ٣ متناسبة فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٥) إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن ....

(أ) $\bar{س}$ = ٠ (ب) σ = ٠ (جـ) س − $\bar{س}$ > ٠ (د) س − $\bar{س}$ < ٠

٦) إذا كانت الدالة د دالة من المجموعة سـ إلى المجموعة صـ فإن مجال الدالة د هو............

(أ) سـ (ب) صـ (جـ) سـ × صـ (د) صـ × سـ

السؤال الثانى

(أ) إذا كانت سـ = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }، صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ حيث أ ع ب تعنى أن أ + ب = ٧ لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ. اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى، بين أن ع دالة واكتب مداها.

(ب) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء فى تناسب متسلسل . فاثبت أن : $\frac{أ ب - جـ ء}{ب^{٢} - جـ^{٢}} = \frac{أ + جـ}{ب}$

السؤال الثالث :

(أ) أوجد أ ، ب إذا كان : (أ − ٧ ، ٢٦) = (−٢ ، ب^{٣} − ١)

(ب) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د: ح ← ح حيث د (س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) فأوجد قيمة ٢أ + ٧ ب

السؤال الرابع :

(أ) إذا كانت ٣أ = ٢ ب فأوجد قيمة $\frac{٣أ - ب}{٢أ + ب}$

(ب) مثل بيانيا منحنى الدالة د حيث : د(س) = (س−٣)^{٢} متخذا س ∈ [٠ ، ٦] و من الرسم استنتج :

١− نقطة رأس المنحنى ٢− القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ٣− معادلة محور التماثل

السؤال الخامس :

(أ) إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س و كانت ص = ٢ عندما س = ٤ فأوجد قيمة ص عندما س = ١٦ .

(ب) فيما يلى توزيع تكرارى يبين أعمار ١٠ أطفال.

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعيارى للعمر بالسنوات.

«انتهت الأسئلة»

المادة : الهندسة وحساب المثلثات الزمن : ساعتان	امتحان « نصف العام » لشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسي (العام) للعام الدراسي (١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤م)	جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٢}{٣}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ يساوي ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $-\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (ء) $\frac{٤}{٩}$

٢) إذا كانت جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن قياس زاوية س تساوي ....

(أ) ١٥° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ٣٠°

٣) إذا كانت دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها ٣ وحدات فإن النقطة .... تنتمي للدائرة.

(أ) (١ ، ٢) (ب) (-٢ ، $\sqrt{٥}$) (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (ء) ($\sqrt{٢}$ ، ١)

٤) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يوازي محور السينات حيث أ(٨ ، ٣) ، ب (٢ ، ك) فإن ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ٢ (ء) صفر

٥) ظا أ = ...

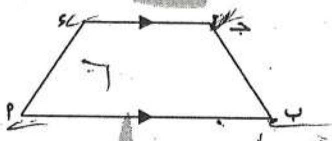
(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (جـ) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (ء) $\frac{١}{\text{جتا أ}}$

٦) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوي ظا ٤٥° فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) -١ (ء) ٤

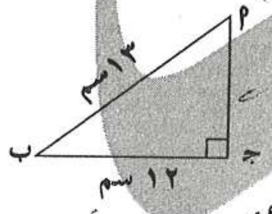
السؤال الثاني :

أ) أثبت أن جتا ٦٠° = ٢ جتا² ٣٠° - ١



ب) في الشكل المرسوم:
أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{أب}$ // $\overline{ءجـ}$ ،
أ (٩ ، -٢) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (س ، -س) ، ء (٤ ، -٣) أوجد إحداثي نقطة جـ

السؤال الثالث :



أ) في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ ، أب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد قيمة ١ + ظا² أ

ب) إذا كانت معادلتي المستقيمين ل١ ، ل٢ هما على الترتيب

٢س - ٣ ص + أ = صفر ، ٣ س + ب ص - ٦ = صفر

فأوجد أولاً : قيمة ب التي تجعل ل١ ، ل٢ متعامدان

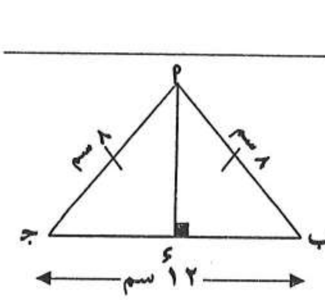
ثانياً : اذا كانت النقطة (١ ، ٣) تقع على المستقيم ل١ فأوجد قيمة أ

السؤال الرابع :

أ) إذا كانت جـ (٤ ، ٦) هي منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) فأوجد قيمة س ، ص.

ب) إذا كانت النقط أ (١ ، ٠) ، ب (-١ ، ٤) ، جـ (٧ ، ٨) ، ء (٩ ، ٤)
في مستوى إحداثي متعامد. فأثبت أن : الشكل أ ب جـ ء مستطيل ، وأوجد طول قطره.

السؤال الخامس :



أ) في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه أ ب = أ جـ = ٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم

رسم $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ أوجد :

أولا : ق(∠ ب) ثانياً : مساحة سطح المثلث أ ب جـ

ب) خط مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله وحدتين أوجد

أولاً : معادلة المستقيم ثانياً : احداثي نقطة تقاطعه مع محور السينات .

انتهت الأسئلة

المادة : **الجبر والإحصاء** الزمن : **ساعتان**	امتحان ﴿ **نصف العام** ﴾ لـشهادة إتمام مرحلة التعليم الأساسى (**العام**) للعام الدراسى (١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤م)	جمهورية مصر العربية محافظة الإسكندرية مديرية التربية والتعليم

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ١٣ ، ١٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١١ (د) ١٢

٢) إذا كانت د(س) = س^{٢} + ٧ فإن د (٣) = ...

(أ) ١٠ (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ١٦

٣) العدد الذى أضيف إلى مجموعة الأعداد الآتية ١ ، ٣ ، ٧ ، ١٥ بالترتيب لتكون فى تناسب متسلسل هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٤) إذا كانت س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) } فإن ن (س) = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٢

٥) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ١ عندما س = ٤ فإن ص = ... عندما س = ٨

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٦) اختيار عينة من طبقات المجتمع الاحصائى تسمى بالعينة ....

(أ) العشوائية (ب) الطبقية (جـ) العمدية (د) العنقودية

السؤال الثانى

أ) إذا كانت س = {٢ ، ٣} ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } أوجد :

١) س × ص و مثله بمخطط سهمى ٢) ن (ص^{٢})

ب) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فاثبت أن : $\frac{أ\,جـ}{ب\,د} = \left(\frac{أ - جـ}{ب - د}\right)^{٢}$

السؤال الثالث :

أ) إذا كانت س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى " أ^{٢} = ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص. اكتب بيان ع ، ومثلها بمخطط بيانى

ب) إذا كانت ص = ٣+أ وكانت أ ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص=٥ عندما س=١ فأوجد العلاقة بين س ، ص . ثم أوجد ص عندما س = ٢

السؤال الرابع :

أ) إذا كانت د(س) = س - ٦ ، وكان $\frac{١}{٣}$ د (أ) = -٢ . فأوجد قيمة أ ،

ب) مثل بيانيا منحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + ٢ س + ١ متخذًا س ∈ [-٤ ، ٢] ، ومن الرسم استنتج :

(١) احداثى رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل (٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

السؤال الخامس :

أ) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

ب) إذا كانت درجات طالب فى اختبار نصف العام لخمس مواد هى كما يلى : ٢٠، ١٧، ٢٢ ، ٢٣ ، ١٨ فأوجد الانحراف المعيارى.

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

الأزهر الشريف
قطاع المعاهد الأزهرية

امتحان الشهادة الإعدادية الأزهرية
للعام الدراسى ١٤٣٥ /١٤٣٦هـ (٢٠١٤/ ٢٠١٥م)

الفصل الدراسي الأول الهندسة وحساب المثلثات الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية:- (يخصص لكل سؤال ٣ درجات)

١- اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:-

أ) جا^{٢} ٦٠° ـ جتا^{٢} ٦٠° = ... [صفر ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١]

ب) ميل المستقيم الذى يوازى محور السينات يساوى = ...

[صفر ، ـ١ ، ١ ، غير معرف]

ج) بعد النقطة (٤ ، ٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول

[٢ ، ٦ ، ٤ ، ١٠]

د) إذا كان $\overline{أب}$ قطر في الدائرة حيث أ (٣ ، ـ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة هو [(٤ ، ـ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٢) ، (٨ ، ـ٢)]

هـ) إذا كان جتا٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س قياس زاوية حادة موجبة فإن س = ...

[١٥° ، ٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠°]

و) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الاصل هى ....

[س = ١ ، ص = ١ ، ص = س ، ص = ـ س]

٢- أ) برهن على صحة أن : جا^{٣} ٣٠° = ٩ جتا^{٣} ٦٠° ـ طا^{٢} ٤٥°

ب) اثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط ص (١ ، ٤) ، س(ـ١ ، ـ ٢) ، ع(٢، ـ٣) قائم الزاوية في س .

٣- أ) $\triangle$ أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ ، أحـ = ٣سم ، بحـ = ٤سم

أوجد قيمة: جا أ + جتا ب .

ب) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (ـ٣ ، ٢)

٤- أ) أوجد قيمة س حيث " ٠° < س < ٩٠° " إذا كان

جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° ـ جتا ٦٠° جا ٣٠°

ب) اثبت أن النقط أ(٤ ، ٣) ، ب(١ ، ١) ، حـ(ـ٥ ، ـ٣) تقع على استقامة واحده.

٥- اثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (ـ٣ ، ـ٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° .